ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 FÉVRIER 1921.

PRÉSIDENCE DE M. GEORGES LEMOINE.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 22 février 1921, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Louis Joubin** pour occuper, dans la Section d'Anatomie et Zoologie, la place vacante par le décès de M. *Yves Delage*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Louis Joubin** prend place parmi ses confrères.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les formes d'Hermite ternaires dans un corps quadratique imaginaire* (champs $\sqrt{-1}$ et $\sqrt{-2}$). Note de M. G. **Humbert**.

I. Généralités. — Soit la forme d'Hermite

$$(1) \qquad \begin{aligned} f(x, y, z) = {} & axx_0 + b''_0 xy_0 + b'' x_0 y \\ & + a'yy_0 + b_0 yz_0 + by_0 z + a''zz_0 + b'_0 zz_0 + b'z_0 x, \end{aligned}$$

a, a', a'' étant des entiers réels, b, b_0, ... des entiers conjugués du corps quadratique $\sqrt{-1}$ ou $\sqrt{-2}$, ainsi que x, x_0, ...

La forme f est dite *primitive* lorsque les coefficients a, b''_0, ... n'ont aucun diviseur, entier réel, commun. Lorsque, de plus, a, a', a'' ne sont pas pairs à la fois, la forme est dite *proprement primitive*.

Le déterminant

$$D = \begin{vmatrix} a & b''_0 & b' \\ b'' & a' & b_0 \\ b'_0 & b & a'' \end{vmatrix}$$

est appelé *déterminant de la forme*. Son développement est

$$D = aa'a'' + bb'b'' + b_0 b'_0 b''_0 - a b b_0 - a' b' b'_0 - a'' b'' b''_0.$$

Si l'on pose

$$\begin{array}{ll} a\ x_0 + b''_0 y_0 + b' z_0 = X, & a\ x + b'' y + b'_0 z = X_0, \\ b'' x_0 + a'\ y_0 + b_0 z_0 = Y, & b''_0 x + a' y + b z\ = Y_0, \\ b'_0 x_0 + b\ y_0 + a'' z_0 = Z, & b'\ x + b_0 y + a'' z = Z_0, \end{array}$$

on a

$$f(x, y, z) = xX + yY + zZ = x_0 X_0 + y_0 Y_0 + z_0 Z_0.$$

La forme obtenue en remplaçant dans la forme donnée x, y, z (et aussi x_0, y_0, z_0) par leur valeur en fonction de X, Y, Z, X_0, Y_0, Z_0, s'appelle la *forme adjointe* de la forme $f(x, y, z)$.

Son expression est

$$-\begin{vmatrix} a & b''_0 & b' & X \\ b'' & a' & b_0 & Y \\ b'_0 & b & a'' & Z \\ X_0 & Y_0 & Z_0 & 0 \end{vmatrix} = XX_0(a'a'' - bb_0) + \ldots.$$

On désigne par Ω le plus grand commun diviseur (entier ordinaire) des coefficients de l'adjointe; on prend $\Omega > 0$ si la forme f est définie et $\Omega < 0$ si elle est indéfinie. La forme adjointe peut s'écrire ΩF; F est appelée la *forme réciproque* de f.

Les coefficients de l'adjointe sont

$$\begin{array}{ll} A\ = a'a'' - b\ b_0, & B''_0 = b_0 b'_0 - a'' b'', \\ A' = a\ a'' - b' b'_0, & B'_0 = b''_0 b'_0 - a' b', \\ A'' = a\ a' - b'' b''_0, & B_0 = b'_0 b''_0 - a\ b. \end{array}$$

Comme on a $A'A'' - BB_0 = Da$, ..., Ω^2 divise Da, $D'a'$, ..., c'est-à-dire divise D, car les coefficients de la forme f n'admettent aucun diviseur, entier réel, commun.

On pose alors

$$D = \Omega^2 \Delta.$$

Les formes $f(x, y, z)$, pour lesquelles Ω et Δ sont les mêmes, forment un *ordre*.

Les formes f et F sont définies ou indéfinies en même temps (cela résulte des conditions pour qu'une forme soit définie).

On démontre, comme dans le cas des formes ternaires ordinaires, les deux *relations fondamentales*.

La première est

$$f(x, y, z; x_0, y_0, z_0) f(x', y', z', \ldots) = HH_0 + \Omega F(x'y'' - y'x'', \ldots)$$

(la seule différence avec les formes ordinaires est que H^2 est remplacé par HH_0).

Dans les formes d'Hermite, il n'y a pas de *genres*, ce qui simplifie beaucoup la théorie.

II. Mesure du nombre des représentations d'un entier, premier a $2\Omega\Delta$ par les formes de l'ordre (Ω, Δ). — 1. *Représentations propres.* — On passe, comme dans la théorie des formes ordinaires, par la *représentation d'une forme binaire.*

Si, dans la forme $f(x, y, z)$, on pose

$$\begin{aligned} x &= \alpha\xi + \alpha'\eta, & x_0 &= \alpha_0\xi_0 + \alpha'_0\eta'_0, \\ y &= \beta\xi + \beta'\eta, & y_0 &= \beta_0\xi_0 + \beta'_0\eta_0, \\ z &= \gamma\xi + \gamma'\eta, & z_0 &= \gamma_0\xi_0 + \gamma'_0\eta_0, \end{aligned}$$

les $\alpha, \alpha', \ldots$ étant des entiers complexes, tels que les mineurs $\begin{vmatrix} \alpha & \alpha' \\ \beta & \beta' \\ \gamma & \gamma' \end{vmatrix}$ soient premiers entre eux (dans le sens de Gauss), et si

$$f(x, y, z) = \varphi(\xi, \eta) = m\xi\xi_0 + n''\xi_0\eta + n''_0\xi\eta_0 + m'\eta\eta_0,$$

on dit que $f(x, y, z)$ représente *proprement* $\varphi(\xi, \eta)$.

Soit $D = n''n''_0 - mm'$ le déterminant de $\varphi(\xi, \eta)$; on a

$$D = -\Omega F(\beta\gamma' - \gamma\beta', \ldots).$$

D est donc de la forme $D = -\Omega M''$.

La représentation de φ par f dépend de congruences, dont il suffit d'écrire celle-ci (inconnues N, N_0, conjuguées) :

$$NN_0 + \Delta m \equiv 0 \pmod{M''}.$$

Étudions d'abord le cas du *champ* $\sqrt{-1}$.

On sait, par Hermite, que si M'' est impair et premier à $\Omega\Delta$, cas dans lequel nous nous placerons, et si

$$M'' = p^{\alpha} p'^{\alpha'} \ldots,$$

le nombre de solutions de la congruence est

$$M''\left[1 - \left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p}\right]\left[1 - \left(\frac{-1}{p'}\right)\frac{1}{p'}\right]\cdots$$

Supposons Ω et Δ impairs ; toutes les formes $\mathcal{F}$ sont, dans ce cas, *proprement primitives*.

On conclut, comme dans la théorie ordinaire, que « la mesure du nombre des représentations propres de M'', premiers à $2\Omega\Delta$, par les $\mathcal{F}$, proprement primitives, d'un même ordre (Ω, Δ) ($\Omega\Delta$ impair), est

$$[H(-\Omega M'') + H_1(-\Omega M'')]M''\left[1-\left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p}\right]\ldots,$$

$H(-\Omega M'')$ étant la mesure des classes de formes (positives, proprement primitives) binaires d'Hermite, de déterminant $-\Omega M''$, H_1 la même mesure pour les classes de formes improprement primitives ».

2. *Conséquence*. — On déduit du théorème précédent l'équation

$$\sum \frac{1}{k\mathcal{F}^s(x, y, z)} = \sum \frac{1}{m^s}[H(-\Omega m) + H_1(-\Omega m)]m\,\Pi_p\left[1-\left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p}\right].$$

Au premier membre, Σ porte :

1° Sur les $\mathcal{F}$ proprement primitives de l'ordre (Ω, Δ);

2° Sur les x, y, z, entiers complexes du champ $\sqrt{-1}$, premiers entre eux, rendant $\mathcal{F}$ premier à $2\Omega\Delta$.

k est le nombre de transformations, à déterminant $+1$ de $\mathcal{F}$ en elle-même.

Au second membre, Σ porte sur les m, entiers ordinaires premiers à $2\Omega\Delta$; $p, p', \ldots$ sont les facteurs premiers de m.

Or, d'après une formule de M. Fatou,

$$H(-\Omega m) = \frac{\Omega m}{8}\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\Pi_p\left[1+\left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p}\right],$$

ω désignant les facteurs premiers > 1 de Ω, et, d'autre part,

$$H_1(-\Omega m) = 0 \qquad \text{si} \quad \Omega m \equiv 1 \pmod 4,$$

$$H_1(-\Omega m) = \frac{2}{3}H(-\Omega m) \qquad \text{si} \quad \Omega m \equiv 3 \pmod 4.$$

Le second membre s'écrit donc

$$\sum \lambda_m \frac{1}{m^{s-2}}\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\Pi_p\left(1-\frac{1}{p^2}\right),$$

$\lambda_m = 1$ ou $\frac{5}{3}$, selon que $\Omega m \equiv 1$ ou $3 \pmod 4$, c'est-à-dire

$$\lambda_m = \frac{1}{3}\left[4-\left(\frac{-1}{\Omega m}\right)\right].$$

Prenons d'abord dans λ_m le terme $\frac{4}{3}$; la partie correspondante du second membre est, en faisant $m = p^\alpha p'^{\alpha'} \ldots$,

$$\frac{4}{3}\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega \sum_{\alpha, \alpha', \ldots} \frac{1}{p^{\alpha(s-2)} p'^{\alpha'(s-2)}} \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\left(1 - \frac{1}{p'^2}\right) \ldots,$$

$p, p', \ldots$ parcourent les nombres premiers impairs, 1 compris; pour $p = 1$, on pose $\left(1 - \frac{1}{p^2}\right) = 1$.

On voit de suite que Σ est un produit par rapport à $p, p', \ldots$. La somme des termes qui répondent, pour p, à $\alpha = 0, 1, 2, \ldots, \infty$ est

$$1 + \sum_{\alpha=1}^{\alpha=\infty} \left(1 - \frac{1}{p^2}\right) \frac{1}{p^{\alpha(s-2)}} \quad \text{ou} \quad \frac{1 - \frac{1}{p^s}}{1 - \frac{1}{p^{s-2}}}.$$

Donc, la première partie du second membre est

$$\frac{4}{3}\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega \left[1 + \left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right] \Pi_p \frac{1 - \frac{1}{p^s}}{1 - \frac{1}{p^{s-2}}},$$

p parcourant tous les nombres premiers réels impairs premiers à $\Omega\Delta$.

Prenons maintenant dans λ_m le terme

$$-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega m}\right).$$

On peut l'écrire

$$-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\left(\frac{-1}{p}\right)^\alpha \left(\frac{-1}{p'}\right)^{\alpha'} \ldots.$$

La seconde partie du second membre est donc

$$-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega \Pi_p \left\{1 + \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{1}{p^{\alpha(s-2)}}\left(\frac{-1}{p}\right)^\alpha \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\right\},$$

c'est-à-dire ,en sommant la progression géométrique,

$$-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega \Pi_p \frac{1 - \left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p^s}}{1 - \left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p^{s-2}}}.$$

Le second membre total devient

$$\frac{4}{3}\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega\Pi_p\frac{1-\dfrac{1}{p^s}}{1-\dfrac{1}{p^{s-2}}}-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega\Pi_p\frac{1-\left(\dfrac{-1}{p}\right)\dfrac{1}{p^s}}{1-\left(\dfrac{-1}{p}\right)\dfrac{1}{p^{s-2}}}.$$

3. *Formule fondamentale.* — Appliquons à la forme $\psi(\xi,\eta)=\xi^2+\eta^2$, de déterminant -1, la formule de Dirichlet du champ réel, on a

$$\text{(R)}\qquad \sum{}''\frac{1}{(\xi^2+\eta^2)^s}=\Pi_p\frac{1+\dfrac{1}{p^s}}{1-\left(\dfrac{-1}{p}\right)\dfrac{1}{p^s}}.$$

Dans le premier membre, Σ porte sur les nombres ξ et η premiers entre eux, tels que $\xi^2+\eta^2$ soit premier à $2\Omega\Delta$; dans le deuxième, p est premier, >1, premier à $2\Omega\Delta$. On ne prend dans Σ'' qu'une représentation par série (c'est-à-dire que si l'on a pris ξ, η on ne prend pas ξ', η' déduits de ξ, η par une des transformations de $\xi^2+\eta^2$ en elle-même). Autrement, il faudrait multiplier le second membre de la relation (R) par 4.

Multiplions membre à membre la relation obtenue précédemment et R; on obtient au premier membre

$$\sum\frac{1}{k\,\mathcal{F}^s(x,y,z)}\sum\frac{1}{(\xi^2+\eta^2)^s},$$

c'est-à-dire, en posant $\xi^2+\eta^2=uu_0$,

$$\sum\frac{1}{k\,\mathcal{F}^s(xu,yu,zu)},$$

$u=\xi+\eta i$ est un entier complexe premier à $2\Omega\Delta$; ξ et η sont premiers entre eux dans le champ réel (cela exclut ξ entier réel >1 et $\eta=0$). Grâce à la convention faite sur ξ, η, tout système ξ, η convenable figure une fois et une seule au premier membre, k désigne toujours le nombre des transformations à déterminant $+1$ de $\mathcal{F}$ en elle-même.

Le second membre est

$$\frac{4}{3}\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega\Pi_p\frac{1-\dfrac{1}{p^{2s}}}{\left[1-\left(\dfrac{-1}{p}\right)\dfrac{1}{p^s}\right]\left[1-\dfrac{1}{p^{s-2}}\right]}-\frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\frac{\Omega}{8}\Pi_\omega\Pi_p\frac{1+\dfrac{1}{p^s}}{1-\left(\dfrac{-1}{p}\right)}.$$

Transformons les termes du produit Π_p :

$$\frac{1+\frac{1}{p^s}}{1-\left(\frac{-1}{p}\right)} = \frac{1-\frac{1}{p^{2s}}}{\left(1-\frac{1}{p^s}\right)\left[1-\left(\frac{-1}{p}\right)\frac{1}{p^{s-2}}\right]}.$$

Le second membre devient, par une transformation connue,

$$\frac{4}{3}\,\frac{\Omega}{8}\,\Pi_\omega \frac{\sum \frac{1}{n^{s-2}} \sum \left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^s}}{\sum \frac{1}{n^{2s}}} - \frac{1}{3}\left(\frac{-1}{\Omega}\right)\frac{\Omega}{8}\,\Pi_\omega \frac{\sum \frac{1}{n^s} \sum \left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^{s-2}}}{\sum \frac{1}{n^{2s}}},$$

où n, dans les Σ, parcourt les nombres entiers impairs positifs, premiers à $2\Omega\Delta$.

Faisons passer $\sum \frac{1}{n^{2s}}$ au premier membre ; celui-ci devient

$$\sum \frac{1}{k\,\mathcal{F}^s(nux,\,nuy,\,nuz)},$$

c'est-à-dire

$$\sum \frac{1}{k\,\mathcal{F}^s(X,\,Y,\,Z)},$$

où X, Y, Z ne sont plus premiers entre eux, mais sont tels que $\mathcal{F}(X, Y, Z)$ est premier à $2\Omega\Delta$.

Par les conventions faites sur ξ, η, chaque système X, Y, Z convenable ne figure qu'une fois.

On obtient ainsi l'équation fondamentale :

$$\sum \frac{1}{ki\mathcal{F}_i^s(X,Y,Z)} = \frac{\Omega\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]}{24} \times\left[4\sum \frac{1}{n^{s-2}} \sum\left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^s} - \left(\frac{-1}{\Omega}\right)\sum \frac{1}{n^s}\sum\left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^{s-2}}\right].$$

Au premier membre, Σ porte :

1° Sur les $\mathcal{F}_i$ proprement primitives de l'ordre (Δ, Ω) ;

2° Sur les X, Y, Z entiers complexes tels que $\mathcal{F}_i(X, Y, Z)$ soit premier à $2\Omega\Delta$.

Au second membre, ω désigne tout facteur premier, impair, >1, de Ω ; n, dans les Σ, parcourt les entiers ordinaires positifs premiers à $2\Omega\Delta$.

4. *Représentation d'un entier.* — En égalant dans les deux membres de l'équation précédente les coefficients de $\frac{1}{m^s}$, on obtient le théorème suivant :

La mesure du nombre des représentations, propres ou non, de m, positif, premier à $2\Omega\Delta$, *par les formes* $\mathfrak{F}$ *proprement primitives de l'ordre* (Ω, Δ) $(\Omega, \Delta$ *impair), est*

$$\frac{1}{24}\Omega\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\left[4-\left(\frac{-1}{m\Omega}\right)\right]\sum n^2\left(\frac{-1}{n^2}\right),$$

la somme Σ *étant étendue aux décompositions* $m = nn'$.

Application. — Soit $f = xx_0 + yy_0 + zz_0$. On a

$$\Omega = \Delta = 1, \quad \mathfrak{F} = f.$$

Il n'y a qu'une classe proprement primitive de l'ordre (1, 1). Pour cette classe, $k = 96$. On a, par suite, le théorème :

Le nombre de décompositions d'un nombre impair en une somme de six carrés est

$$4\left[4-\left(\frac{-1}{m}\right)\right]\sum n^2\left(\frac{-1}{n^1}\right),$$

Σ *étant étendu aux décompositions* $m = nn'$.

5. *Cas de* $\Delta\Omega$ *pair.* — On démontre que, si f est proprement primitive, elle ne peut représenter proprement des formes binaires improprement primitives. Supposons donc f et $\mathfrak{F}$ proprement primitives, c'est-à-dire prenons toutes les f_i proprement primitives de l'ordre $(\Omega\Delta)$ dont les réciproques $\mathfrak{F}_i$ sont proprement primitives. Il n'y a pas à introduire dans la formule les formes improprement primitives, binaires, de déterminant $-\Omega M''$; on fera donc $\lambda_m = 1$. Il vient

$$\sum\frac{1}{k\mathfrak{F}^s(X, Y, Z)} = \frac{\Omega}{8}\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\sum\frac{1}{n^{s-2}}\sum\left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^s},$$

les ω étant les diviseurs impairs, premiers, > 1 de Ω. On en conclut :

La mesure du nombre des représentations (propres et impropres) par les $\mathfrak{F}$ *de m impair, premier à* $2\Omega\Delta$ *est*

$$\frac{1}{8}\Omega\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-1}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\sum n^2\left(\frac{-1}{n'}\right),$$

Σ *étant étendu aux décompositions* $m = nn'$.

Applications. — 1° Soient

$$f = xx_0 + yy_0 + 2zz_0, \qquad \mathfrak{F} = 2xx_0 + 2yy_0 + zz_0, \qquad \Omega = 1, \qquad \Delta = 2.$$

Les classes correspondantes sont uniques dans leurs ordres respectifs; $k = 32$ pour f et $\mathfrak{F}$. On obtient le théorème suivant :

Le nombre des représentations primitives ou non, de m impair, par l'expression

$$2(x_1^2 + x_2^2) + 2(x_3^2 + x_4^2) + x_5^2 + x_6^2$$

est

$$4\sum n^2\left(\frac{-1}{n'}\right).$$

2° $f = 2xx_0 + 2yy_0 + zz_0$, $\mathfrak{F} = xx_0 + yy_0 + 2zz_0$, $\Omega = 2$, $\Delta = 1$.

On obtient, de la même façon :

Le nombre des représentations de m impair par

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + 2(x_5^2 + x_6^2)$$

est

$$8\sum n^2\left(\frac{-1}{n'}\right).$$

Ces deux théorèmes ont été donnés, sans démonstration, par Liouville (*Journal de Mathématiques*, 2e série, t. 9).

3° $f = xx_0 + yy_0 + 3zz_0$, $\mathfrak{F} = 3xx_0 + 3yy_0 + zz_0$, $\Omega = 1$, $\Delta = 3$.

Il y a une autre forme proprement primitive, du même ordre, non équivalente :

$$f' = xx_0 + 2yy_0 + yz_0 + y_0z + 2zz_0.$$

La forme $\varphi' = 2yy_0 + yz_0 + y_0z + 2zz_0$ admet 6 automorphies; f' en admet donc $4 \times 6 = 24$; f admet 32 automorphies. D'où le théorème :

Soient N_m *et* N'_m *les nombres des représentations de m, impair, premier à* 3 *par les expressions*

$$x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + 3u^2 + 3v^2$$

et

$$x^2 + y^2 + 2z^2 + 2zu + 2u^2 + 2t^2 + 2tv + 2v^2.$$

On a, entre N_m *et* N'_m *la relation*

$$3N_m + 4N'_m = 8\left[4 + \left(\frac{-1}{m}\right)\right]\sum n^2\left(\frac{-1}{n'}\right).$$

III. Représentations d'un entier (champ $\sqrt{-2}$). — 1. *Cas de* $\Delta\Omega$ *impair.* — Les formes f et $\mathfrak{F}$ ont leur discriminant impair, et sont par suite proprement primitives. Le nombre des représentations propres par les $\mathfrak{F}$ de m positif, premier à $2\Omega\Delta$, est ($m = p^\alpha p'^{\alpha'}\ldots$)

$$[M(\Omega m) + M'(\Omega m)]\,m\left[1 - \left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p}\right]\cdots.$$

Or, par la théorie des formes binaires, on a :

$$\mathrm{M}(\Omega m) = \frac{2\Omega m}{8}\,\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\Pi_p\left[1+\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p}\right],$$

$$\mathrm{M}'(\Omega m) = \mu\,\mathrm{M}(\Omega m) \quad \text{et} \quad \mu = \frac{1}{6}\left[2-\left(\frac{-2}{\Omega m}\right)\right].$$

De même que pour le corps $\sqrt{-1}$,

$$(1) \qquad \sum \frac{1}{k\mathfrak{F}^s(x, y, z)} = \sum \frac{1}{m^s}[\mathrm{M}(\Omega m)+\mathrm{M}'(\Omega m)]\,m\,\Pi_p\left[1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p}\right].$$

Au premier membre, x, y, z sont des entiers, premiers entre eux, de corps $\sqrt{2}$, tels que $\mathfrak{F}$ soit premier à $2\Omega\Delta$; les $\mathfrak{F}$ sont les formes (proprement primitives) d'invariants Δ, Ω. La somme du second membre porte sur les m premiers à $2\Omega\Delta$.

Le second membre s'écrit

$$\sum \frac{1}{m^{s-2}}\left[1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p}\right]\cdots\frac{1}{p}\,\Omega\,\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\left[1+\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{r}\right]\cdots\frac{1}{6}\left[8-\left(\frac{-2}{\Omega m}\right)\right].$$

La quantité sous le signe Σ est

$$(\varepsilon) \qquad \frac{\Omega}{24}\,\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\frac{1}{p^{\alpha(s-2)}\cdots}\left(1-\frac{1}{p^2}\right)\cdots\left[8-\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\left(\frac{-2}{p}\right)^{\alpha}\cdots\right].$$

Pour $m = 1$, on a dans cette expression le terme

$$\mathrm{M}(\Omega)+\mathrm{M}'(\Omega) \quad \text{ou} \quad \frac{\Omega}{24}\,\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\left[8-\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\right]$$

que nous mettrons en évidence en écrivant (ε) de la façon suivante :

$$\frac{\Omega\,\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]}{24} \times\left\{8\left[1+\left(1-\frac{1}{p^2}\right)\frac{1}{p^{\alpha(s-2)}}\cdots\right]-\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\left[1+\left(1-\frac{1}{p^2}\right)\frac{1}{p^{\alpha(s-2)}}\left(\frac{-2}{p}\right)^{\alpha}\cdots\right]\right\}.$$

Sommons les progressions géométriques $\alpha = 1$ à ∞; on a

$$\frac{\Omega}{3}\,\Pi_\omega\,\Pi_p\left\{1+\left(1-\frac{1}{p^2}\right)\frac{\dfrac{1}{p^{s-2}}}{1-\dfrac{1}{p^{s-2}}}\right\}-\frac{\Omega\,\Pi_\omega}{24}\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\Pi_p\left\{1+\left(1-\frac{1}{p^2}\right)\frac{\dfrac{1}{p^{s-2}}\left(\dfrac{-2}{p}\right)}{1-\left(\dfrac{-2}{p}\right)\dfrac{1}{p^{s-2}}}\right\}$$

ou encore

$$(2)\qquad \frac{\Omega \Pi_\omega}{3}\Pi_p \frac{1-\frac{1}{p^s}}{1-\frac{1}{p^{s-2}}} - \frac{\Omega\Pi_\omega}{24}\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\Pi_p \frac{1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p^s}}{1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p^{s-2}}},$$

p parcourt, dans Π_p, tous les nombres premiers impairs, premiers à $\Omega\Delta$.

On a, d'autre part :

$$(3)\qquad \sum'' \frac{1}{(\xi^2+2\eta^2)^s} = \Pi_p \frac{1+\frac{1}{p^s}}{1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p^s}},$$

$\xi^2+2\eta^2$ premier à $2\Omega\Delta$, ξ et η premiers entre eux.

Multiplions (1) et (3) membre à membre, en remplaçant le second membre de (1) par (2); on trouve

$$\sum \frac{1}{k\mathfrak{F}^s(xu, yu, zu)} = \frac{\Omega}{3}\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\Pi_p \frac{1-\frac{1}{p^{2s}}}{\left(1-\frac{1}{p^{s-2}}\right)\left[1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p^s}\right]}$$
$$- \frac{\Omega}{24}\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\Pi_\omega\Pi_p \frac{1+\frac{1}{p^s}}{1-\left(\frac{-2}{p}\right)\frac{1}{p^{s-2}}},$$

u est un entier du corps à $\sqrt{2}$ premier à $2\Omega\Delta$, ($u=\xi+i\eta\sqrt{2}$, ξ et η premiers dans le champ réel).

Le second membre s'écrit

$$\frac{\Omega}{3}\Pi_\omega \frac{\sum \frac{1}{n^{s-2}}\sum\left(\frac{-2}{n}\right)\frac{1}{n^s}}{\sum\frac{1}{n^{2s}}} - \frac{\Omega}{24}\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\Pi_\omega \frac{\sum\frac{1}{n^s}\sum\left(\frac{-2}{n}\right)\frac{1}{n^{s-2}}}{\sum\frac{1}{n^{2s}}}$$

n entier quelconque positif, premier à $2\Omega\Delta$.

Chassant $\sum\frac{1}{n^{2s}}$, on a :

$$\sum \frac{1}{k\mathfrak{F}^s(X, Y, Z)} = \frac{\Omega}{24}\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]$$
$$\times\left\{8\sum\frac{1}{n^{s-2}}\sum\left(\frac{-2}{n}\right)\frac{1}{n^s} - \left(\frac{-2}{\Omega}\right)\sum\frac{1}{n^s}\sum\left(\frac{-2}{n}\right)\frac{1}{n^{s-2}}\right\},$$

X, Y, Z sont des entiers quelconques du corps $i\sqrt{2}$, tels seulement que

$\mathfrak{F}(X, Y, Z)$ soit premier à $2\Omega\Delta$; ω est un diviseur premier impair > 1 de Ω, n un entier quelconque, positif, premier à $2\Omega\Delta$.

2. *Cas de* $\Omega\Delta$ *pair.* — On démontre, comme pour le corps $\sqrt{-1}$ que $M'(\Omega\Delta)$ n'a pas à intervenir; il reste (les formes f et $\mathfrak{F}$ étant proprement primitives) pour la formule fondamentale :

$$\sum \frac{1}{k\mathfrak{F}^s(X, Y, Z)} = \frac{\Omega}{4}\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\sum\frac{1}{n^{s-2}}\sum\left(\frac{-2}{n}\right)\frac{1}{n^s}.$$

3. *Représentations d'un entier.* — Dans le cas de $\Omega\Delta$ impair, on a le corollaire suivant :

Le nombre total des representations de m, *entier positif, premier à* $2\Omega\Delta$ *par les* $\mathfrak{F}_i$, *une représentation par* $\mathfrak{F}_i$ *comptant pour* $\frac{1}{k_i}$ *est*

$$\frac{\Omega}{24}\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\left\{8\sum d^2\left(\frac{-2}{d'}\right)-\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\sum d^2\left(\frac{-2}{d}\right)\right\},$$

les sommes étant étendues aux décompositions $m = dd'$, *ou encore*

$$\frac{\Omega}{24}\Pi_\omega\left[1+\left(\frac{-2}{\omega}\right)\frac{1}{\omega}\right]\sum d^2\left(\frac{-2}{d}\right)\left[8\left(\frac{-2}{m}\right)-\left(\frac{-2}{\Omega}\right)\right].$$

4. *Application.* — Soit $\Omega = \Delta = 1$.

Les formes $\mathfrak{F}_i$ sont alors :

$$\mathfrak{F}_1 = xx_0 + yy_0 + zz_0 \qquad (k_1 = 24),$$
$$\mathfrak{F}_2 = xx_0 + 2yy_0 + (1+i\sqrt{2})z_0y + (1-i\sqrt{2})zy_0 + 2zz_0 \qquad (k_2 = 48),$$

[car la forme $2yy_0 + (1+i\sqrt{2})z_0y + (1-i\sqrt{2})zy_0 + 2zz_0$ a 24 automorphies, on en conclut que $\mathfrak{F}_2$ en a 48].

$\mathfrak{F}_1$ donne des représentations par l'expression

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(t^2 + u^2 + v^2),$$

x, y, z, t, u, v étant réels. Soit N_1 le nombre de ces représentations.

Les représentations pour $\mathfrak{F}_2$ sont de la forme

$$m = x_1^2 + 2x_2^2 + 2y_1^2 + 4y_2^2 + 2y_1z_1 + 4y_2z_2 + 4(y_1z_2 - y_2z_1) + 2z_1^2 + 4z_2^2;$$

ce que l'on peut écrire

$$m = x_1^2 + 2x_2^2 + (2y_2 + z_2 - z_1)^2 + (z_1 + y_1 + z_2)^2 + (y_1 + z_2)^2 + z_2^2$$

ou encore

$$m = x_1^2 + 2x_2^2 + u^2 + v^2 + w^2 + t^2$$

avec la seule condition

$$u + v + w + t \equiv 0 \pmod 2)$$

ou x_1 impair.

Soit N_2 le nombre de ces représentations.

La formule du nº 3 donne

$$N_1 + \frac{1}{2} N_2 = \left[8\left(\frac{-2}{m}\right) - 1\right] \sum d^2 \left(\frac{-2}{d}\right).$$

On en déduit une formule de Liouville, en distinguant différents cas.

1° $m \equiv 5 \pmod 8$. — N_1 est le nombre des décompositions

(1) $$m = x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + u^2 + 2v^2,$$

où t et u ont même parité, c'est-à-dire où $x + y + z$ est impair. Or, les décompositions (1) sont de trois espèces :

1. Celles où v est pair, x, y, z, t, u impairs. Soit X leur nombre;
2. Celles où v est pair, un seul des $x \ldots u$ impair. Soit Y leur nombre;
3. Celles où v est impair, trois des $x \ldots u$ impairs. Soit Z leur nombre.

Quelles sont celles de ces décompositions où $x + y + z$ est impair? D'abord, toutes les décompositions 1, en nombre X; parmi les décompositions 2, celles où le carré impair figure parmi les trois premiers; leur nombre est $\frac{3}{5}$Y.

Parmi les décompositions 3, il faut prendre celles où un ou trois carrés impairs figurent parmi les trois premiers; leur nombre est $\frac{4}{10}$Z.

On a donc

$$N_1 = X + \frac{3}{5} Y + \frac{2}{5} Z.$$

Quant à N_2, c'est le nombre des décompositions (1) où x est impair.

La relation entre N_1 et N_2 est

$$N_1 + \frac{1}{2} N_2 = 9 \sum d^2 \left(\frac{-2}{\delta}\right).$$

D'autre part, $Y = \frac{5}{2} X$. Soit, en effet, Y' le nombre des décompositions 2 où le carré impair est le premier; $Y' = \frac{Y}{5}$. On a $X = 2Y'$, car dans une décomposition 1 on peut remplacer la somme des quatre carrés impairs qui suivent le premier par une somme de quatre carrés pairs, et l'on sait que le nombre des décompositions de $8M + 4$ en quatre carrés impairs est

double de celui des décompositions en quatre carrés pairs. On en conclut $X = 2Y'$, et, par suite, $X = \frac{2}{5}Y$.

On a ainsi $Z' = 5X$. Prenons, en effet, les décompositions 3 en nombre Z', où les trois carrés impairs sont les premiers; $Z' = \frac{1}{10}Z$. Soit une de ces décompositions :

$$m = j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 + \varpi_1^2 + \varpi_2^2 + 2j_4^2 \qquad (j_i \text{ impair}, \varpi_i \text{ pair}).$$

Puisque $m \equiv 5 \pmod 8$ il faut que

$$\varpi_1 = 2n_1, \qquad \varpi_2 = 2n_2, \qquad \text{avec } n_1 + n_2 \text{ pair}.$$

Alors,

$$m = j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 + 2(n_1 + n_2)^2 + 2(n_1 - n_2)^2 + 2j_4^2$$

ou

$$m = j_1^2 + j_2^2 + j_3^2 + (n_1 - n_2 + j_4)^2 + (n_1 - n_2 - j_4)^2 + 2(n_1 + n_2)^2.$$

Ce qui est une décomposition 1. Une Z' donne ainsi deux décompositions 1. D'où

$$X = 2Z' \quad \text{et} \quad X = \frac{1}{5}Z.$$

Il y a ainsi entre X, Y, Z, N_1, N_2, cinq relations qui permettent de déterminer ces quantités.

On trouve

$$N_1 = N_2 = 6\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right),$$

$$X = \frac{4}{3}\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right); \qquad Y = \frac{10}{3}\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right); \qquad Z = \frac{20}{3}\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right);$$

d'où

$$X + Y + Z = \frac{34}{3}\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right).$$

On a donc le théorème :

Le nombre des décompositions de $m (\equiv 5 \bmod 8)$ *en*

$$m = n^2 + y^2 + x^2 + t^2 + u^2 + 2v^2$$

est égal à

$$\frac{34}{3}\sum d^2\left(\frac{-2}{\delta}\right) \qquad \text{(Liouville)}.$$

2° $m \equiv 7 \pmod 8$. — Même démonstration et mêmes formules. Soient :
X le nombre des décompositions (1) où v est impair, $x \ldots u$ impairs;
Y le nombre des décompositions (1) où v est impair, un seul des $x \ldots u$ impair;

Z le nombre des décompositions (1) où v est pair, deux des $x \dots u$ pairs, trois impairs.

On a les mêmes relations entre les N et les X, Y, Z.

D'où le théorème :

Le nombre des décompositions de $m \equiv 5$ ou $7 \pmod 8$ *en*

$$m = n^2 + y^2 + x^2 + 2(t^2 + u^2 + v^2)$$

est

$$6 \sum d^2 \left(\frac{-2}{\delta}\right).$$

3° $m \equiv 1 \pmod 8$. — On considère les décompositions

$$m = n_1^2 + \dots + x_5^2 + 2v^2$$

et les divise en :

1° v pair ; un des x_i impairs, quatre pairs (en nombre X) ;

2° v impair, trois des x_i impairs, deux pairs (en nombre Y).

Il vient

$$N_2 = \frac{X}{5} + \frac{3}{5} Y,$$

$$N_1 = \frac{3}{5} X + \frac{4}{10} Y = \frac{3}{5} X + \frac{2}{5} Y,$$

$$N_1 + \frac{1}{2} N_2 = 7 \sum d^2 \left(\frac{-2}{\delta}\right).$$

En éliminant N_1 et N_2, on obtient :

Le nombre des décompositions de $m \equiv 1 \pmod 8$ *en*

$$m = n^2 + y^2 + x^2 + t^2 + u^2 + 2v^2$$

est

$$10 \sum d^2 \left(\frac{-2}{\delta}\right) \qquad \text{(Liouville).}$$

4° $m \equiv 3 \pmod 8$. — Même démonstration et même résultat.

On établit ainsi la formule de Liouville :

Le nombre des représentations de m, impair, par

$$m = n^2 + y^2 + x^2 + t^2 + u^2 + 2v^2$$

est égal à

$$\frac{2}{3} \left[16 - \left(\frac{-2}{m}\right)\right] \sum d^2 \left(\frac{-2}{\delta}\right),$$

la somme portant sur les décompositions $m = d\delta$.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Les phénomènes d'anaphylaxie chez les microbes.* Note de M. **Charles Richet**, Mlle **Eudoxie Bachrach** et M. **Henry Cardot.**

En poursuivant l'étude de l'accoutumance du ferment lactique aux toxiques, nous avons été amenés à constater un phénomène imprévu et nouveau, qui doit être assimilé à l'anaphylaxie.

Voici le fait :

Soit un même ferment lactique, cultivé pendant plusieurs mois sur des solutions nutritives, contenant en nitrate de thallium (par litre) 0g,000; 0g,01; 0g,1 et 1g. Quand on ensemence ces diverses variétés sur un milieu contenant 2g par litre de nitrate de thallium, on observe, au bout de 24 à 48 heures de fermentation, les chiffres suivants, moyennes de 101 dosages :

Teneur [1].	Acidité.
g 0,00	100
0,01	26
0,1	80
1	154

Le graphique ci-joint donne l'indication très nette du phénomène. Il s'agit de l'interpréter.

1° Le ferment qui a poussé sur 1g de nitrate de thallium est accoutumé, et alors, comme nous l'avons indiqué dans une Note précédente [2], il pousse bien mieux que le témoin sur des milieux contenant 2g de nitrate de thallium (154 au lieu de 100).

2° Le ferment qui a poussé sur 0g,1 de thallium est devenu beaucoup plus sensible à l'action toxique que le ferment témoin : il ne produit que 26 d'acide lactique, quand le témoin donne 100. Cette sensibilité peut s'appeler *anaphylaxie*.

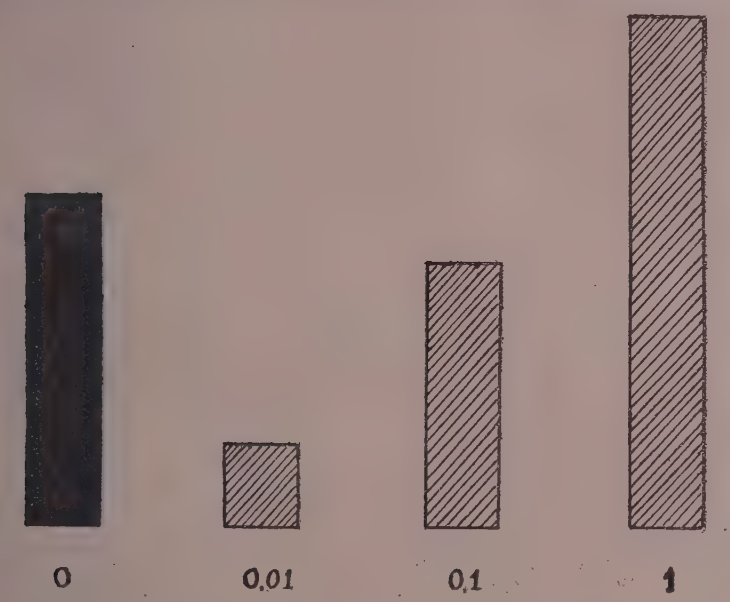
On ne peut attribuer ce phénomène à une maladie du ferment, car il donne, quand il est réensemencé sur son même milieu, c'est-à-dire 0,01 de AzO^3Tl, des chiffres identiques à ceux du témoin (106 au lieu de 100). De même quand on l'ensemence sur des solutions contenant des doses toxiques d'arsenic. D'ailleurs, cette dose de 0,01 est tellement faible qu'elle

(1) Teneur en nitrate de thallium par litre de la liqueur où avait été cultivé le ferment.

(2) *Comptes rendus*, t. **171**, 1920, p. 1353.

est sans influence sur le croît d'un ferment neuf, même au premier passage.

3° Le ferment qui a poussé sur $0^g,1$ donne des quantités d'acide lactique intermédiaires entre celles que donnent le microbe accoutumé, et le microbe anaphylactisé. Tout se passe comme si les processus d'accoutumance et



Comparaison entre le croît (sur une solution à 2^g pour 1000 de nitrate de thallium) de quatre variétés de ferment lactique ayant pendant plusieurs mois, avec réensemencements successifs, poussé : le premier, sur milieu normal, sans thallium ; le second, sur des solutions à 0,01 pour 1000 ; le troisième, sur des solutions à 0,1 ; le quatrième, sur des solutions à 1^g.

Le croît est mesuré par la quantité d'acide lactique produit (hauteur des colonnes). Moyenne de 101 expériences.

d'anaphylaxie, qui ont des résultats inverses, se produisaient parallèlement, et avec une intensité presque égale, quand la solution de nitrate de thallium est à $0^g,1$. Quand la solution est à 1^g, c'est l'accoutumance qui domine ; quand la solution est à 0,01, c'est l'anaphylaxie.

4° Le facteur *temps* intervient efficacement. Si, au lieu de prendre un ferment qui a, dans une série de cultures successives, poussé pendant plusieurs mois sur une solution de nitrate de thallium à 1^g pour 100, on prend un ferment qui a poussé seulement 24 heures sur ce milieu, il n'est pas accoutumé, mais il est anaphylactisé. En effet, dans une expérience de douze dosages, le ferment normal ayant donné 100, le ferment qui a poussé pendant 24 heures sur du nitrate de thallium à 1^g n'a donné que 40.

Il y a donc au début une anaphylaxie, et ce n'est que plus tard, après des cultures successives sur même milieu, que l'accoutumance va s'établir pour dominer, et annihiler l'anaphylaxie.

5° Dans cette Note préliminaire, nous n'indiquerons pas jusqu'à quel point cette anaphylaxie est spécifique. Nous avons vu seulement qu'elle est interchangeable pour le nitrate et le sulfate de thallium. Nous nous proposons de rechercher jusqu'à quel point le ferment anaphylactisé aux sels de thallium est anaphylactisé aussi pour les autres sels métalliques, et si des doses plus faibles que 0,01 par litre ne seront pas anaphylactisantes.

Ces faits ont probablement une grande importance théorique. Il semble que l'anaphylaxie, c'est-à-dire la sensibilisation à un poison par une dose très faible de ce poison, soit un phénomène général, puisqu'il apparaît en toute netteté sur des êtres unicellulaires comme les bactéries.

Jusqu'à présent on ne définissait guère l'anaphylaxie que d'après les symptômes toxiques par lesquels est affecté le système nerveux; mais dorénavant il faudra l'envisager comme un phénomène beaucoup plus général, commun à toutes les cellules vivantes; *sensibilité accrue pour un poison, grâce à une petite dose antérieure de ce même poison.*

Il est permis de supposer que cette anaphylaxie des microbes donnera quelque jour un éclaircissement sur le processus, si inconnu encore, de l'atténuation des microbes.

BOTANIQUE. — *La zygomorphose exogène dans les fleurs normalement actinomorphes.* Note de M. **Paul Vuillemin.**

Le zygomorphose exogène se produit par trois procédés, séparés ou combinés : A, synanthie ou confluence de deux ou plusieurs fleurs dont les moins favorisées sont représentées par leur bractée; B, parasynanthie ou conflit entre des fleurs qui, tout en restant séparées, font sentir l'une sur l'autre une influence perturbatrice; C, introduction dans la fleur de l'appareil végétatif.

A. Zygomorphose synanthique. — La synanthie se réalise soit entre des fleurs appartenant à des inflorescences normalement séparées, soit entre des fleurs d'une même inflorescence.

Le nom d'*inflorescence* convient exclusivement à l'appareil reproducteur des Anthogones, de même que le nom de *fleur* doit être réservé, en botanique, à l'anthogonelle, forme supérieure de la gonelle.

On distingue des inflorescences simples et des inflorescences composées. La plus simple des inflorescences est l'*inflorescence élémentaire*, réduite à une fleur terminale ou axillaire par rapport à l'appareil végétatif. Considérée en elle-même, cette inflorescence est nécessairement définie.

L'inflorescence est encore *simple*, mais différenciée, indéfinie, quand elle possède en outre un pédoncule simple et que les fleurs en nombre indéterminé parfois réduit à l'unité, pourvues ou non d'un pédicelle, appartiennent à des rameaux de même ordre issus du pédoncule (ombelle, grappe et ses dérivés : épi, corymbe, capitule, etc.).

L'inflorescence est composée quand les fleurs appartiennent à des rameaux de plusieurs ordres. L'inflorescence composée est *définie* dans la cyme, dont chaque rameau est une inflorescence élémentaire, *indéfinie* dans les composés de l'ombelle, de la grappe et de ses dérivés, *mixte* quand l'inflorescence élémentaire ou la cyme se combine avec les inflorescences indéfinies.

Je précise le terme vague de *thyrse* en le réservant à l'inflorescence mixte où la grappe est surmontée d'une inflorescence élémentaire. Le thyrse est uniflore, quand la grappe stérile n'est indiquée que par le pédoncule garni de bractées ou bractéoles (Pensée). La panicule est un thyrse dont la grappe est composée.

La synanthie est fréquente : 1, entre les fleurs des inflorescences élémentaires ; 2, entre les fleurs d'une cyme ; 3, d'une inflorescence indéfinie simple ou composée ; 4, d'un thyrse.

1. La confluence des fleurs séparées en inflorescences élémentaires se confond avec la synanthodie. Elle est commune au niveau des changements phyllotaxiques, par suite du raccourcissement des entre-nœuds ou du resserrement des verticilles ; les rudiments voisins empiètent l'un sur l'autre dès que leur distance longitudinale ou angulaire est insuffisante. La synanthie est aussi amenée, sans déplacement des feuilles, par concrescence d'un rameau axillaire avec l'axe dont il dépend.

La plupart des synanthies classiques appartiennent à cette catégorie. La zygomorphose y est habituelle, mais non constante.

2. J'ai observé (1908) une zygomorphose synanthique dans une cyme scorpioïde de *Pulmonaria officinalis*.

L'unique plan de symétrie de la synanthie répond à l'intersection de deux fleurs. Il coupe un pétale commun aux deux composantes ; le pétale opposé est avorté ; les étamines qu'il devrait écarter confluent par la base des filets devant un sépale commun aux deux fleurs. Les autres pièces, propres à chaque fleur, sont disposées symétriquement de part et d'autre de l'intersection, et en nombre normal. Seulement les deux sépales, les deux pétales et les deux étamines qui escortent le pétale commun se sont rapprochés de la médiane sur laquelle les deux pistils se compriment réciproquement, tout en restant complets avec atrophie symétrique des logettes contiguës.

3. Renfermées dans les limites d'une inflorescence indéfinie, les synan-

thies se comportent comme les précédentes. Les irrégularités liées à l'atrophie empêchent souvent la zygomorphose, comme on l'a vu chez le *Fuchsia coccinea*.

4. Dans les inflorescences mixtes, la zygomorphose synanthique rentre dans les cas précédents si elle est circonscrite à l'intérieur des inflorescences indéfinies ou des cymes qui entrent dans la composition ou si elle combine des thyrses uniflores (Campanules).

Le thyrse réalise des conditions spéciales par la présence de l'inflorescence élémentaire susceptible de combiner sa fleur avec des fleurs axillaires de la grappe sous-jacente. Par suite de la différence originelle des fleurs confluentes, il ne se forme pas de plan de symétrie au niveau de leur intersection. En cas de zygomorphose, le plan de symétrie de la synanthie est la médiane d'une ou plusieurs des composantes.

J'ai relevé une exception apparente dans la panicule de Lilas. Un thyrse partiel est souvent couronné par une synanthie zygomorphe munie de 5 ou 7 pétales, 3 étamines, 2 carpelles, dont le plan de symétrie répond à l'intersection des composantes. L'exception n'est qu'apparente, car la fleur terminale est éliminée. Les fleurs concrescentes sont transversales par rapport à la position qui conviendrait à la terminale, ainsi que le prouve l'orientation des carpelles; elles appartiennent à la dernière paire axillaire. J'ai retrouvé (1896) un vestige de l'inflorescence élémentaire sous forme d'un moignon refoulé en arrière de la synanthie heptamère dont la zygomorphose était encore plus accentuée par la concrescence en deux paires symétriques des pétales tournés du côté du moignon.

La fréquence d'une fleur pentamère zygomorphe au sommet de l'inflorescence du *Ligustrum vulgare* et du *Cormus sanguinea* est peut-être en partie imputable au même procédé.

La fleur terminale contribue à la constitution des synanthies suivantes.

Le thyrse se développe aussi rarement à l'aisselle des feuilles de *Lunaria* que la grappe à l'aisselle des feuilles de *Fuchsia*. Dans un cas comme dans l'autre, la condensation persistante de l'inflorescence entraîne la synanthie.

J'ai étudié (1905) une synanthie triflore de *Lunaria annua* L. La fleur opposée était normale. La médiane de la fleur terminale forme le plan de symétrie de la synanthie. Il ne manque à la fleur terminale que les sépales médians; son pistil est trimère et indépendant des pistils dimères des composantes latérales; celles-ci seraient complètes si elles n'avaient une étamine et un pétale communs coupés par le plan de symétrie. Il leur manque à chacune un sépale transversal dont la place est prise par la composante terminale, et à la composante gauche une étamine. Cette lacune unilatérale est le seul accroc à la zygomorphose accentuée par l'obliquité des fleurs latérales.

Dans les synanthies biflores de *Philadelphus coronarius*, la part de la composante

axillaire peut être très restreinte. J'en ai observé deux cas en 1917. Dans l'un, le dernier nœud porte la cicatrice d'une seule bractée; le pédicelle axillaire, au lieu de se dégager, forme un contrefort au pédicelle terminal; la fleur entraînée n'est représentée que par un sépale doublant un sépale transversal de la fleur terminale et inséré avec lui au sommet de l'ovaire infère. Dans l'autre, le dernier nœud porte une fleur normale; la fleur opposée, entraînée comme dans le cas précédent, jette un trouble plus profond. Sa bractée adhère au sépale transversal de la fleur terminale; elle y introduit en outre son sépale médian un peu dévié à droite et deux pétales, dont l'un adhérent à la droite du sépale, l'autre imbriqué avec les pétales propres à la dernière fleur. La zygomorphose est imparfaite.

B. Zygomorphose parasynanthique. — Quand les dernières fleurs axillaires de *Philadelphus coronarius* sont très proches de la terminale, elles se gênent et souvent l'une d'elles devient trimère, soit la terminale, soit une latérale. Ce dernier cas réalise une parasynanthie zygomorphe.

La fleur axillaire devient individuellement zygomorphe dans deux exemples observés chez l'*Iris siberica* (1887).

L'inflorescence normale des *Iris* est composée d'un thyrse uniflore ou d'un épi distique de thyrses uniflores. Quand une fleur apparaît à l'aisselle d'une bractée, elle entre en conflit avec la fleur terminale. De Candolle chez l'*Iris sinensis*, Buchenau chez l'*Iris Pseudacorus*, ont constaté sa pénétration dans la fleur terminale dont elle écarte un sépale. C'est de la synanthie. Dans mes observations, les fleurs restent distinctes. La fleur axillaire, atteinte de zygomorphose médiane, a trois sépales, un antérieur épigyne, les deux autres insérés obliquement du sommet à la base de l'ovaire; l'étamine antérieure est réduite au filet surmonté d'une anthère filiforme; les deux autres sont normales; la corolle, nulle dans le premier spécimen, est représentée dans le second par un rudiment postérieur épigyne; l'ovaire n'a que la loge médiane; les trois stigmates sont bien développés dans le second exemplaire; les latéraux n'ont laissé que des vestiges dans le premier.

La première fleur embrasse le pédicelle d'un bouton pourvu de deux plans de symétrie avec quatre sépales diagonaux, deux pétales transversaux, quatre étamines diagonales, deux carpelles médians. Dans le second cas la fleur terminale est avortée. C'est de la parasynanthie.

C. Zygomorphose par adjonction végétative. — L'empiètement végétatif rend la fleur zygomorphe quand une ou deux feuilles adhèrent à l'ovaire comme Heckel le signale (1879) chez le *Citrus Limonum*. Les ecblastèses amènent un résultat semblable.

De l'analyse des divers cas de zygomorphose exogène se dégage une règle de position du plan de symétrie. Si les composantes sont équivalentes, deux fleurs terminales ou deux fleurs axillaires, le plan de symétrie est l'intersection des composantes. Si elles diffèrent, fleur terminale et fleur axillaire, fleur et annexes végétatives, le plan de symétrie est la médiane d'une ou plusieurs des composantes.

CORRESPONDANCE.

MM. **Ernest Brown**, **E. Rutherford**, **Jules Bordet**, élus Correspondants pour les Sections d'Astronomie, de Physique générale et de Médecine et Chirurgie, adressent des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

E. Rothé, *Les applications de la télégraphie sans fil*.

E. Rothé, *Cours de Physique* professé à la Faculté des Sciences de Nancy. Première Partie : *Généralités; Unités; Similitude; Mesures*. Deuxième Partie : *Thermodynamique*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains systèmes d'équations de Pfaff et les transformations des équations aux dérivées partielles*. Note M. **G. Cerf**, présentée par M. Goursat.

I. La théorie des transformations des équations du second ordre à deux variables indépendantes, comme l'a montré M. Goursat ([1]), gagne sur bien des points, en simplicité et en élégance, à être entreprise au moyen de systèmes équivalents de trois équations à sept variables. Les transformations que l'on découvre ainsi ne sont pas distinctes, au fond, de celles dont j'ai signalé ailleurs l'existence ([2]), mais certains problèmes qui les concernent sont avantageusement traités de ce nouveau point de vue. Les méthodes employées par M. Goursat peuvent être généralisées, soit pour des équations d'ordre supérieur à 2, soit pour des équations à plus de deux variables indépendantes.

([1]) Voir en particulier E. Goursat, *Sur quelques transformations des équations aux dérivées partielles du second ordre* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1217). Je me conforme ici aux notations de cette Note.

([2]) *Journal de Mathém. pures et appliquées*, 1918 : *Sur les transformations*, etc., Chap. III, nos 4 et 10.

Le but de cette Note est d'exposer quelques considérations et quelques résultats assez généraux, relatifs à la façon dont le problème des transformations des équations du troisième ordre à deux variables indépendantes peut se ramener à des questions se rattachant à certains systèmes de Pfaff; il ne s'agit donc pas de présenter un résumé complet. D'ailleurs, il est aisé d'étendre ce qui suit à des équations d'ordre plus grand que 3.

II. Considérons le système (A) des six équations de Pfaff à onze variables déduit d'une équation (e) du troisième ordre $\alpha = f(x, y, z, p, q, r, s, t, \beta, \gamma, \delta)$:

$$
\text{(A)} \qquad \begin{cases} dz - p\,dx - q\,dy = 0, & dr - f\,dx - \beta\,dy = 0, \\ dp - r\,dx - s\,dy = 0, & ds - \beta\,dx - \gamma\,dy = 0, \\ dq - s\,dx - t\,dy = 0, & dt - \gamma\,dx - \delta\,dy = 0. \end{cases}
$$

Le nombre des covariants distincts provenant de (A) est 3. On connaît le rôle joué par le système de deux équations de Pfaff à six variables dans la théorie des équations du deuxième ordre; pour un rôle semblable, on peut songer ici soit à un système (B) de trois équations à huit variables et trois covariants distincts, soit à un système (C) de quatre équations à neuf variables et trois covariants distincts seulement. Si nous formons, par exemple, un système (B_1) au moyen d'équations appartenant à (A), et que dans les équations non utilisées de (A) nous considérions les variables liées par les relations fournies par les équations d'une intégrale de (B_1) à deux dimensions, le système des trois équations à cinq variables ainsi obtenu est complètement intégrable; si donc (B_1) possède une résolvante du troisième ordre (e'), nous avons obtenu une transformation des équations (e) et (e').

L'étude que nous avons à faire des systèmes (B) et (C) doit ainsi viser à établir des formes canoniques sur lesquelles il soit facile de faire apparaître une résolvante du troisième ordre. Sans entrer dans le détail de l'énoncé des formes canoniques qui se présentent, je signale qu'une des équations doit avoir la forme $dz' - p'dx' - q'dy' = 0$, et que les cas les plus importants sont ceux où une deuxième équation possède comme élément intégral l'élément caractéristique de la première. Mais alors, il est aisé de montrer que le système des équations qui définissent le changement de variables permettant d'obtenir la forme canonique envisagée de (B) ou (C) doit comprendre des équations telles que

$$
F(x, y, z, p, q, r, s, t, x', y', z') = 0, \qquad \frac{dF}{dx'} = 0, \quad \frac{dF}{dy'} = 0, \quad \frac{dF}{dx} = 0, \quad \frac{dF}{dy} = 0, \qquad = \begin{vmatrix} \dfrac{dF_x}{dx} & \dfrac{dF_y}{dx} \\ \dfrac{dF_x}{dy} & \dfrac{dF_y}{dx} \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{où } \alpha = f),
$$

c'est-à-dire que l'équation (e) doit être équation (θ) de la transformation de surfaces définie par $F = 0$, et nous retrouvons des transformations déjà obtenues [1]. L'exemple que j'ai indiqué jadis est celui d'une équation de la forme $\gamma = \varphi(x, y, z, p, q, s, t, \delta)$; trois des équations du système (A) forment un système (B) :

$$dz - p\,dx - q\,dy = 0, \qquad dy - s\,dx - t\,dy = 0, \qquad dt = \varphi\,dx - \delta\,dy = 0;$$

la fonction φ doit être d'ailleurs choisie d'une façon particulière pour que le système des trois équations conduise à une résolvante (e').

III. Une autre façon d'envisager la question est la suivante : Supposons que, grâce à un changement de variables, on ait réussi à mettre le système (A) sous la forme $(D_1 + D_2)$:

$$(D_1) \qquad \begin{cases} dZ - P\,dX - Q\,dY = 0, \\ dP - R\,dX - S\,dY = 0, \\ dQ - S\,dX - T\,dY = 0; \end{cases}$$

$$(D_2) \begin{cases} X_1\,dX + Y_1\,dY + R_1\,dR + S_1\,dS + T_1\,dT + U_1\,dU + V_1\,dV + W_1\,dW = 0, \\ X_2\,dX + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + W_2\,dW = 0, \\ X_3\,dX + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + W_3\,dW = 0. \end{cases}$$

Cela se réalise facilement au moyen d'une transformation de surfaces définie par une relation $F(X, Y, Z, x, y, z, p, q) = 0$, en exprimant $x, y, z, p, q, r, s, t, \beta, \gamma, \delta$ au moyen de X, Y, Z, P, Q, R, S, T et de trois variables auxiliaires U, V, W. Remplaçons dans (D_2), Z, P, Q, R, S, T par une solution de (D_1); nous obtenons un système à cinq variables, avec un seul covariant : quelle que soit la façon de choisir U, V, W, le coefficient de $dX\,dY$ dans ce covariant est l'expression que j'ai représentée par

$$[F, \alpha - f] = 0,$$

calculée en considérant X, Y, Z comme fonctions convenables de x, y, z, p, q; et nous sommes ramenés à effectuer les opérations que j'ai indiquées pour reconnaître si l'équation (e) admet la transformation définie par $F = 0$.

En prolongeant le système (A) nous serons conduits à retrouver d'autres transformations obtenues au moyen d'une relation

$$F(X, Y, Z, x, y, z, p, q, r, s, t) = 0.$$

---

[1] *Loc. cit.*, Chap. III, n° 10.

HYDRODYNAMIQUE. — *Mouvement initial d'un liquide en contact avec un obstacle à arêtes vives.* Note de M. **Dimitri Riabouchinski**, présentée par M. G. Koenigs.

Considérons le mouvement initial d'un liquide incompressible dans un domaine à deux dimensions produit par la mise en mouvement brusque d'un obstacle limité par un arc de courbe concave s et un segment rectiligne de longueur $2r$, normal au courant relatif, en admettant que :

1° Le liquide partant du repos, son mouvement est, au départ, irrotationnel et « non glissant »;

2° La pression ne devient nulle part négative;

3° La mise en mouvement brusque de l'obstacle détermine l'apparition momentanée d'une cavitation derrière l'obstacle, sur la courbe s. Les vitesses de décollement sont égales et normales sur cette courbe.

On trouve ainsi pour $w(=\varphi+i\psi)$ et $\zeta\left(=q_1\frac{dz}{dw}\right)$ les relations suivantes :

$$w=-\frac{sq_1 i}{\pi}\left[\arcsin\frac{1-\operatorname{tang}\alpha.t}{t-\operatorname{tang}\alpha}-\sqrt{1-\left(\frac{1-\operatorname{tang}\alpha t}{t-\operatorname{tang}\alpha}\right)^2}+\frac{\pi}{2}\right],$$

$$t=\frac{1}{2}\left(\zeta^2+\frac{1}{\zeta^2}\right),$$

$$\operatorname{tang}\alpha=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{q_1}{q_0}\right)^2+\left(\frac{q_0}{q_1}\right)^2\right]$$

que j'avais obtenues dans un travail antérieur [1]. s est la longueur de l'arc de la courbe de décollement qui réunit l'axe de symétrie du courant à l'un des sommets de l'obstacle, q_1 la vitesse relative de décollement, q_0 la vitesse relative à l'infini, t une variable auxiliaire et $\operatorname{tang}\alpha$ un paramètre dont il faut définir la valeur.

En employant une méthode analogue à celle qu'on utilise pour calculer les surfaces et vitesses de glissement dans le problème des discontinuités stationnaires, on trouve comme coordonnées de la courbe de décollement S,

$$x=\frac{s}{2\pi}\sqrt{\operatorname{tang}^2\alpha-1}\,(\operatorname{tang}\alpha-1)$$
$$\times\left[\frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{2}(\operatorname{tang}\alpha+1)}}\log\frac{\sqrt{\frac{1}{2}(\operatorname{tang}\alpha+1)}-\cos\theta}{\sqrt{\frac{1}{2}(\operatorname{tang}\alpha+1)}+\cos\theta}+\frac{\cos\theta}{\frac{1}{2}(\operatorname{tang}\alpha+1)-\cos^2\theta}\right]$$

(1) Communiqué au Congrès des Mathématiciens, à Strasbourg.

et

$$y = \frac{s}{2\pi}\sqrt{\operatorname{tang}^2\alpha - 1}\left[(\operatorname{tang}\alpha + 1)\frac{\sin\theta}{\sin^2\theta + \frac{1}{2}(\operatorname{tang}\alpha - 1)} + \frac{(3 - \operatorname{tang}\alpha)}{\sqrt{\frac{1}{2}(\operatorname{tang}\alpha - 1)}}\operatorname{arc\,tang}\frac{\sin\theta}{\sqrt{\frac{1}{2}(\operatorname{tang}\alpha - 1)}}\right],$$

où l'angle θ détermine la direction de la vitesse de décollement et varie, par conséquent, de $-\frac{\pi}{2}$ à $+\frac{\pi}{2}$, et que

$$\operatorname{tang}\alpha = \sqrt{5},$$

$$\frac{q_1}{q_0} = \sqrt{\sqrt{5} + 2} = 2,06,$$

$$\frac{\pi r}{2s} = 1 + 2\sqrt{\sqrt{5} - 2}\operatorname{arc\,tang}\sqrt{\sqrt{5} - 2},$$

$$\frac{s}{r} = 1,09.$$

Quelques valeurs numériques des coordonnées sont données dans le Tableau ci-dessous :

θ°.	$\frac{\pi x}{2s}$.	$\frac{\pi y}{2s}$.
90	0	1,440
80	0,0003	1,439
70	0,007	1,438
60	0,024	1,429
50	0,059	1,409
40	0,120	1,334
30	0,210	1,206
20	0,329	0,952
10	0,436	0,540
0	0,458	0

On peut aussi obtenir le mouvement envisagé, en considérant d'abord le mouvement comme permanent et entretenu par une couche de sources d'égale intensité disposées sur la courbe S, et en admettant ensuite, qu'à un moment donné, ces sources tarissent simultanément.

Il serait intéressant de comparer expérimentalement si les mouvements fluides engendrés des deux manières indiquées plus haut se transforment ensuite effectivement dans les fluides réels d'une façon plus ou moins semblable, ce qui confirmerait (plus ou moins) l'hypothèse que nous avons faite de l'équivalence des deux mouvements.

ASTRONOMIE. — *Sur la réapparition de l'anneau de Saturne, observée le 22 février 1921, à l'Observatoire de Strasbourg.* Note de MM. **A. Danjon** et **G. Rougier**, présentée par M. Baillaud.

La réapparition de l'anneau de Saturne a pu être suivie à l'Observatoire de Strasbourg dans de bonnes conditions atmosphériques. Le grand équatorial étant en partie démonté, pour la durée des travaux que nécessite l'état de la coupole, les observations ont été effectuées au petit équatorial de Reinfelder, de 16^{cm} d'ouverture.

Du 11 au 21 février inclus, aucune trace de l'anneau n'a été vue en dehors du disque. Sur le disque lui-même, l'ombre de l'anneau était bien visible, sous l'aspect d'une ligne noire de 0",2 d'épaisseur environ se projetant sur l'équateur de la planète. C'est le 22 février que les anses de l'anneau sont redevenues perceptibles; les notes suivantes résument les aspects observés.

22 février : 9^h (temps moyen astronomique de Greenwich). — L'anneau, complètement invisible la veille, se distingue à la condition d'employer un faible grossissement, sous l'aspect d'une ligne très étroite et d'éclat non uniforme. On aperçoit en effet quatre condensations plus brillantes, symétriques deux à deux par rapport au centre du disque. La présence de Rhea et Dione dans le voisinage de ces condensations gêne les mesures micrométriques, mais permet des comparaisons : les condensations sont sensiblement moins brillantes que Dione et n'ont pas le même aspect stellaire; elles sont au contraire allongées (2 secondes environ) et leur pointé est plus incertain.

13^h. — L'anneau devient de plus en plus visible; les condensations sont maintenant tout à fait évidentes, et rien ne gène plus leur observation : Dione est eclipsé et Rhea se projette sur le disque (entrée à $12^h 48^m$). Les mesures montrent la symétrie des condensations, mais celles-ci sont plus brillantes du coté *est*.

23 février. — L'anneau est maintenant facile à voir avec le plus fort grossissement (500 fois). Les condensations occupent le même emplacement, et leur éclat a peut-être encore augmenté.

24 février. — L'anneau est devenu assez lumineux pour rester bien visible sur le champ élairé, ce qui n'avait pas lieu le 23. Son éclat est devenu plus uniforme; une seule condensation est facilement visible, c'est la condensation *intérieure est*. Elle fournit les mêmes pointés que les jours précédents. Les autres ne sont pas mesurables, elles se devinent à peine.

25 février. — L'éclat de l'anneau a encore agmenté, mais les condensations sont de nouveau toutes visibles.

Les mesures d'angle de position de l'anneau ont fourni des résultats très concordants et identiques pour les deux observateurs. Nous avons ainsi trouvé 85° 14'. Le *Nautical Almanach* donne 85° 20',9 pour le 22. La diffé-

rence est supérieure aux plus grands écarts entre les pointés et leur moyenne.

Les distances du milieu des condensations au centre du disque, réduites à la distance moyenne de Saturne au Soleil, sont données ci-dessous :

	Observateur.	
	D.	R.
Condensations extérieures	18″,0	18″,4
» intérieures	13″,6	14″,0

Il est intéressant de rapprocher ces résultats des rayons extérieurs et intérieurs des diverses parties de l'anneau, mesurés par Barnard :

Anneau A	20″,05	17″,52
Anneau B	16,99	12,82
Anneau de crêpe	12,82	10,25

Nos mesures placent les condensations vers le milieu de l'anneau A et vers le bord intérieur de l'anneau B. Les condensations observées par Barnard en 1907 se trouvaient au contraire à la partie extérieure de l'anneau B et sur l'anneau de crêpe. Mais alors le Soleil et la Terre étaient de part et d'autre du plan des anneaux. Dans le cas présent, c'est la face éclairée qui s'offre à nous.

De nombreuses mesures des diamètres de la planète ont été effectuées. L'assombrissement très marqué du disque vers les pôles rend la mesure du diamètre polaire moins sûre que celle du diamètre équatorial. Il est à craindre qu'une erreur systématique n'entache les valeurs de l'aplatissement obtenues avec de petits instruments, la planète étant en réalité moins aplatie qu'elle ne le paraît. Quoi qu'il en soit, voici les résultats obtenus :

Diamètre équatorial	17″,65
Diamètre polaire	15″,75
Aplatissement	$\frac{1}{9,3}$

(Observateur : A. Danjon.)

La zone équatoriale est la région la plus claire du disque. La bande tropicale nord est diffuse, peu marquée. La bande tropicale sud est bien accusée, large, mais nettement délimitée et plus sombre sur ses bords. Les deux bandes n'ont pas, à beaucoup près, la même latitude, ce qui ressort des mesures suivantes, réduites également à la distance moyenne :

Distance de la bande Nord à l'équateur	1″,46
Distance de la bande Sud à l'équateur	2″,69

PHYSIQUE. — *Données expérimentales et balance pour le dosage des rayons X en radiographie et radiothérapie.* Note de MM. **F. Miramond de Laroquette** et **Stanislas Millot**, présentée par M. Laveran.

La quantitométrie des rayons X et la détermination des temps de pose nécessaires pour obtenir des résultats constants et précis en radiographie et radiothérapie sont des problèmes complexes et non entièrement résolus. Chaque opérateur a un peu sa technique propre, établie d'après son expérience et son appareillage, et beaucoup d'aléas existent encore, surtout pour les débutants.

Des points importants cependant sont acquis et les nouveaux appareils et tubes radiologiques permettent de poursuivre dans de bonnes conditions l'étude entreprise notamment en France par Bergonié, Belot, Guilleminot, Pilon, Mazérès, Zimmern, Contremoulins en vue d'établir des lois ou du moins des directives applicables dans tous les cas.

Les données anciennes que nous retenons et les données nouvelles que nous avons établies sont vérifiées par :

1° De très nombreux clichés radiographiques impressionnés dans des conditions exactement déterminées;

2° Des séries d'échelles de teintes obtenues sur de même plaques, en des temps de pose régulièrement croissants et la réalisation de teintes identiques avec des temps de pose calculés d'avance;

3° Des expériences biologiques sur nous-mêmes et sur le cobaye;

4° Un millier d'observations d'indigènes algériens atteints de favus et qui ont été guéris par la radiothérapie avec divers appareillages;

5° Des expériences de contrôle avec des pastilles radiométriques.

Nous avons été assistés dans ces travaux par MM. Lescuyer et Trucy.

L'action chimique (sur la plaque) et l'action biologique (sur les tissus) du rayonnement de l'ampoule sont sensiblement parallèles, après élimination faite des rayons lumineux, des rayons secondaires et des rayons X ultra-mous tous très chimiques mais non pénétrants et qu'arrêtent l'enveloppe du cliché.

La quantité de rayons X nécessaire pour obtenir sur la plaque sous enveloppe noire, mais sans interposition de tissus, une bonne impression moyenne correspond à un peu moins de $\frac{1}{100}$ de H (unité Holzknecht), c'est-à-dire $\frac{1}{500}$ de la dose d'érythème.

L'effet chimique ou biologique est proportionnel *à la durée du temps de*

pose, et inversement proportionnel au carré *de la distance de l'anticathode*. Il est, dans certaines limites, à peu près proportionnel *à l'intensité en millis* du courant qui traverse le tube.

L'effet (E) dépend aussi *de la tension* et se trouve en rapport avec *la longueur d'étincelle* équivalente et le *degré sclérométrique* du rayonnement, mais dans des limites plus étroites et des conditions plus difficiles à préciser pour une loi générale. Nous n'avons pas trouvé vérifiées les équations qui lient en rapport proportionnel E avec V^2 (voltage) et L^2 (longueur d'étincelle).

Les essais avec divers tubes et appareils nous ont montré qu'il vaut mieux retenir pour le calcul l'élément degré B et que celui-ci doit être mesuré directement avec un radiochromomètre, et non d'après la longueur d'étincelle, les variations de l'une et de l'autre n'étant pas toujours concordantes.

Quand le rayonnement augmente d'une unité de degré B, l'effet produit en surface comme en profondeur augmente en moyenne d'environ 33 pour 100 entre 4 et 7 B du moins, limites dont il ne nous paraît pas actuellement utile de s'écarter.

L'absorption des rayons X par les tissus est à peu près la même pour les divers tissus mous, la peau, la graisse, le muscle. Nous avons particulièrement mesuré l'absorption par le lard, tissu homogène et très commode pour expérimenter sur des épaisseurs bien déterminées. Le premier centimètre retient environ 50 pour 100 du rayonnement, le deuxième 40 pour 100, le troisième et les suivants 30 pour 100 de ce qui reste à leur niveau, abstraction faite du tissu osseux. On a ainsi à partir du troisième centimètre, quel que soit le degré B (entre 4 et 7), un coefficient logarithmique d'absorption sensiblement constant; le calcul dépendant alors d'une exponentielle analogue à celle qui intervient pour l'absorption d'une radiation lumineuse, l'effet diminue et le temps de pose ou l'intensité doivent croître très rapidement avec l'épaisseur des tissus à traverser.

Le coefficient d'absorption de l'aluminium est environ dix fois plus fort que celui des tissus : 1^{mm} d'aluminium équivaut pratiquement à 1^{cm} de tissu mou. La filtration par l'aluminium courante en radiothérapie, et qui est utile aussi en radiographie avec les fortes épaisseurs, met pour ainsi dire la peau à 1^{cm}, 2^{cm} ou 3^{cm} de profondeur, suivant que le filtre d'aluminium a 1^{mm}, 2^{mm} ou 3^{mm} d'épaisseur; on peut donc pratiquement, pour le calcul du temps de pose, additionner les millimètres de filtre avec les centimètres de tissus à traverser. Il résulte d'autre part de nos calculs qu'il y a théoriquement peu ou pas d'intérêt à filtrer avec plus de 3^{mm} d'aluminium.

Sur ces données, que nous avons le plus possible simplifiées en vue de leur application pratique, nous avons établi pour les divers éléments qui interviennent dans les calculs *des échelles graphiques* que nous avons disposées *sur un plateau oscillant* autour d'un axe horizontal. Pour l'opération, des poids égaux sont mis sur les échelles à hauteur des graduations correspondant aux données du problème à résoudre, et un poids semblable est déplacé sur l'échelle de l'inconnue jusqu'à ce que soit rétabli l'équilibre. Les diverses formules étant calculables par logarithmes peuvent en effet, grâce à l'intervention d'un poids arbitraire, être transformées en équations d'équilibre.

On peut ainsi en un instant déterminer le temps de pose nécessaire pour chaque cas de radiographie ou de radiothérapie superficielle ou profonde, faire toutes combinaisons en variant l'intensité et la tension du courant, la distance de l'ampoule, l'épaisseur du filtre, l'intervention ou non d'un écran renforçateur et connaître exprimées en unité H, la quantité incidente du rayonnement et celle qui est absorbée et par conséquent agit à tel ou tel niveau dans les tissus.

D'autres déductions théoriques et pratiques peuvent encore être obtenues avec cette balance qui permettra dans les travaux de laboratoire et pour les traitements une plus grande précision et des résultats plus constants.

Nos échelles ont pour base principale la dose de 5H obtenue en 10 minutes sans filtre, à 15^{cm} avec 1^{mm} et 6 B.

Une échelle de correction permet de tenir compte éventuellement de certains facteurs de variation, particulièrement de l'appareillage et du tube dont il convient de contrôler une première fois le débit avec des pastilles radiométriques, ou le fluoromètre de Guilleminot, ou par notre procédé des échelles de teintes radiographiques.

La vérification faite et, s'il y a lieu, le coefficient de correction obtenu, les données de la balance répondent exactement aux divers desiderata de la technique radiologique.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Sur les spectres corpusculaires des éléments.* Note de M. M. DE BROGLIE, transmise par M. Bouty.

J'ai indiqué, dans une Note précédente [1], que les principaux traits des spectres de rayons X des éléments se retrouvaient dans le spectre magné-

[1] *Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 274.

tique de vitesse des électrons, émis par ces éléments, quand on les éclaire par le faisceau de rayons X d'un tube usuel. Voici quelques détails et quelques résultats relatifs à ces recherches.

Les corps, devant servir de radiateurs, sont placés sur une petite plaquette d'ébonite ou d'aluminium, portant une rainure fine qui sert de source ($0^{mm},5$ de largeur), on peut employer des composés, sels, oxydes, sulfures, etc., tassés en couche mince dans cette rainure, et obtenir le spectre corpusculaire magnétique des atomes présents; comme je l'ai indiqué dans ma Note précédente, le dispositif général est analogue à celui qui a été employé par Robinson et Rawlinson et les trajectoires circulaires des électrons dans un champ magnétique viennent former un spectre sur une plaque photographique.

Les auteurs, qui ont attaqué cette question, paraissent avoir été arrêtés par la longueur des temps de pose; en utilisant bien le faisceau d'un tube Coolidge ordinaire, j'ai pu obtenir de bons clichés avec seulement une heure de pose.

Les spectres de vitesses présentent une disposition semblable pour tous les éléments que j'ai étudiés jusqu'à présent. Ceux-ci s'étendent depuis le zinc (nombre atomique 30, longueur d'onde de 1,5 Angström) jusqu'aux terres rares (nombre atomique de l'ordre de 60, longueur d'onde de l'ordre de 0,3 Angström).

On sait qu'un corps éclairé par un faisceau de rayons X émet un rayonnement de fluorescence; s'il s'agit du spectre K, ce rayonnement comprend un doublet α assez fort, puis une ligne β plus faible et enfin une ligne encore plus faible, qui coïncide sensiblement avec la discontinuité d'absorption de la série K.

Ces effets se produisent au sein du radiateur éclairé et sont accompagnés par l'émission des corpuscules qui font l'objet de cette étude.

Les spectres magnétiques de vitesses, en les parcourant dans le sens des vitesses croissantes, montrent les traits généraux suivants : on retrouve une raie large correspondant au doublet α, une raie β un peu plus faible (mais cependant avec un rapport d'intensité plus voisin de l'unité que pour les rayons X) et une bande d'émission, dont le début, un peu renforcé, contient peut-être aussi une raie. La bande d'émission se continue par une forte émission sélective, qui s'étend sur un domaine spectral assez important; cette bande paraît coupée du côté des grandes vitesses par deux et peut-être trois diminutions brusques d'intensité; enfin le spectre se termine par une limite supérieure de vitesse assez bien tranchée, comme le spectre de rayons X vers les hautes fréquences dans les mêmes conditions.

L'interprétation des coupes successives de la bande d'émission n'est pas encore claire; ce phénomène, qui a été trouvé correspondre à une valeur constante de la vitesse, pour des champs magnétiques variés, change avec le radiateur et suit le spectre de ce dernier; cela exclut une action venant de l'émulsion photographique. On serait tenté de conclure à une absorption sélective des électrons par la matière.

Des mesures sont en train, au point de vue de la comparaison des énergies électroniques correspondant à l'émission corpusculaire, et des quanta des raies spectrales des rayons X.

A quelques unités pour 100 près, la relation

$$\frac{1}{2} mv^2 = h\nu$$

se trouve vérifiée, aussi bien pour ces raies que pour la limite supérieure du spectre continu; mais la question se pose précisément de savoir si l'on doit, ou non, retrancher de l'énergie initiale des électrons un travail de sortie. Si les électrons libérés sont des électrons L, ce travail (s'il est intra-atomique) sera celui qui correspondra aux anneaux L et la correction soustractive à apporter au quantum des raies K sera de l'ordre de 10 pour 100.

Il paraît bien, dans les mesures que j'ai effectuées jusqu'à présent, qu'une correction soustractive de cet ordre de grandeur doive être apportée au quantum des raies pour retrouver l'énergie cinétique des électrons, par exemple, on trouve, pour la valeur du produit RH (rayon multiplié par le champ magnétique) des raies de l'argent, les nombres 462 et 500, tandis que les chiffres déduits du quantum des raies K seraient 510 et 540.

D'autre part, la présence du début d'une bande au voisinage de l'endroit qui correspond au quantum de la discontinuité d'absorption des rayons X, paraît indiquer qu'il n'y a pas, pour les électrons formant cette bande, de correction soustractive à effectuer; si ces électrons sont des électrons K et qu'il y ait à soustraire l'énergie de l'anneau K, leurs vitesses devraient débuter par une valeur nulle.

Nos connaissances sur le mécanisme de l'éjection des corpuscules sont encore trop rudimentaires pour rendre compte de tout cela; l'étude des spectres corpusculaires va probablement permettre de débrouiller un peu plus les phénomènes si curieux des relations mutuelles entre les radiations corpusculaires et périodiques.

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Triplet achromatique à grand champ.* Note de M. **Pariselle**, présentée par M. Maurice Leblanc.

Dans un certain nombre de lentilles (viseurs, lunettes de pointage de la marine, lunettes de spectroscope, etc.) on est conduit, dans le but d'augmenter le champ, à adjoindre aux oculaires composés usuels, un verre supplémentaire. Dans ces oculaires triples, on corrige généralement les aberrations en achromatisant le verre de l'œil.

Le but de cette Note est de montrer comment il faut choisir les différentes lentilles pour obtenir, toutes choses égales d'ailleurs, un champ maximum et pour avoir une bonne correction des aberrations par l'emploi de verres simples.

Formule générale donnant le champ apparent d'un oculaire. — Il est bien évident que le champ de plein éclairement, le seul généralement utilisé dans les instruments, dépend des dimensions et de la position de l'objectif. Dans le but de simplifier les calculs, je me bornerai à étudier le cas où l'objectif étant suffisamment éloigné de l'oculaire, ou ayant un diamètre assez faible (ce cas est sensiblement réalisé dans les lunettes astronomiques et dans les microscopes), le champ de plein éclairement et le champ total sont sensiblement égaux et indépendants de l'objectif.

Soit donc un oculaire formé de trois lentilles convergentes L_1, L_2, L_3 de diamètres utiles d_1, d_2, d_3 et de distances focales f_1, f_2, f_3 associé à un objectif de grande distance focale F ou de faible diamètre. L'anneau oculaire étant très petit, le faisceau qui traverse l'oculaire est très étroit et peut par suite être réduit au rayon moyen.

Dans ces conditions, le champ moyen α de l'instrument sera donné par la formule

$$\tang\frac{\alpha}{2}=\frac{d_1}{2F}.$$

Le champ apparent β de l'oculaire aura pour valeur

$$\tang\frac{\beta}{2}=G.\tang\frac{\alpha}{2}=\frac{d_1}{2f},$$

f désignant la distance focale de l'oculaire.

Or l'objectif étant supposé assez loin de la lentille du champ L_1, les rayons moyens des faisceaux considérés vont, après réfraction sur L_1, converger

vers son foyer image et, finalement, ils sortent de L_3, en passant par le point oculaire confondu avec le foyer image du triplet.

La considération des triangles semblables conduit immédiatement à la formule

$$(1)\qquad \operatorname{tang}\frac{\beta}{2}=\frac{d_1}{2f}=\frac{d_1}{2f_1}+\frac{d_2}{2f_2}+\frac{d_3}{2f_3}.$$

Généralisation. — La formule (1), établie dans le cas particulier d'un oculaire à trois verres, peut se généraliser pour un oculaire quelconque. On a toujours, dans l'hypothèse d'un anneau oculaire de petit diamètre pour le champ apparent

$$\operatorname{tang}\frac{\beta}{2}=\sum\frac{d}{2f},$$

pour le champ vrai

$$\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{G}\sum\frac{d}{2f},$$

d étant le diamètre utile d'une lentille composante de distance focale f. f est positif ou négatif selon que la lentille est convergente ou divergente; quant à d, il sera affecté du signe + si le rayon lumineux limite rencontre la lentille du même côté de l'axe que la lentille de champ, du signe — dans le cas contraire : ainsi, dans le cas d'un oculaire terrestre, le premier terme correspondant à la lentille de champ sera positif et les trois autres négatifs. La valeur négative trouvée pour $\frac{\beta}{2}$ indique que l'image est droite.

Conclusion tirée de la formule précédente. — Si l'on veut, par l'emploi d'un triplet convergent, donner à la lunette le champ maximum compatible avec les aberrations, il faut évidemment que les diverses lentilles travaillent avec la même ouverture, cette ouverture ayant pour valeur le maximum admis.

On aura donc, entre les éléments des trois lentilles, les deux relations suivantes :

$$\frac{d_1}{f_1}=\frac{d_2}{f_2}=\frac{d_3}{f_3},$$

qui deviennent, après introduction des distances a et b des verres,

$$(2)\qquad f_2=f_1-a$$

et

$$(3)\qquad f_3=f_2-2b.$$

Remarque importante. — Si les éléments de l'oculaire vérifient les relations (2) et (3), le champ de l'instrument a sa valeur maximum; il est facile de démontrer que, dans ces conditions, *la déviation totale des rayons lumineux est également partagée entre les trois lentilles*, c'est-à-dire que l'on se trouve dans le cas où les aberrations de sphéricité sont minima. Les déviations correspondant aux diverses lentilles sont, en effet, respectivement égales à $\frac{d_1}{2f_1}$, $\frac{d_2}{2f_2}$ et $\frac{d_3}{2f_3}$.

Correction des aberrations chromatiques. — Cherchons maintenant à quelle condition les trois lentilles, supposées simples et de même nature, forment un ensemble possédant l'achromatisme apparent.

Il suffit pour cela d'écrire que la distance focale du triplet donnée par la relation

$$(4)\qquad \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} - \frac{a}{f_1 f_2} - \frac{b}{f_2 f_3} - \frac{a+b}{f_1 f_3} + \frac{ab}{f_1 f_2 f_3}$$

est indépendante de la couleur. On obtient immédiatement l'équation

$$(5)\qquad (f_2 + f_3)(2a - f_1) + 2bf_2 = b(3a - 2f_1) + f_2 f_3.$$

En résumé, un triplet dont les éléments vérifient les relations (2), (3) et (5) possède, dans les hypothèses faites, un champ apparent maximum et est achromatisé en grandeur; de plus, il présente, toutes choses égales d'ailleurs, des aberrations sphériques minima.

Si l'on se fixe la convergence du triplet [relation (4)], on a donc entre les cinq quantités f_1, f_2, f_3, a, b quatre relations; il reste encore une indéterminée.

Quant aux rayons de courbure des différentes lentilles, on sera guidé dans leur détermination par la condition d'orthoscopie ainsi que par la simplicité des formes.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'iode à froid sur différents métaux. Procédé pour déceler la présence du chlore dans l'atmosphère.* Note de M. **Camille Matignon**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les recherches suivantes ont été effectuées, pendant la guerre, dans le but de chercher à établir un appareil avertisseur susceptible de signaler la présence du chlore dans l'atmosphère.

Une feuille d'argent battue, sur laquelle on dépose un petit cristal d'iode,

se transforme progressivement en une feuille jaune d'iodure d'argent sans éclat métallique, extrêmement friable, qui tombe en poussière sous l'influence des moindres actions mécaniques. Pendant l'ioduration, le cristal est entouré d'un cercle jaune dont le rayon augmente de plus en plus lentement. Voici, par exemple, les distances de la circonférence de transformation au petit grain d'iode à différents moments :

2h30m	Début	3h7m	3mm,25
35	0mm,75	13	3,50
40	1,25	20	4,00
44	1,70	30	4,50
46	2	45	5,02
55	2,5	54	5,50

La vitesse initiale, évidemment la plus rapide, est supérieure à 0mm,15 par minute; on en déduit, en admettant la même vitesse de propagation dans l'épaisseur de la lame, qu'une feuille de 3μ d'épaisseur ([1]) exigeait un temps d'action de l'ordre de la seconde pour être iodurée dans toute sa profondeur au point de contact du cristal d'iode.

Les feuilles battues de laiton et de cuivre s'iodurent également dans les mêmes conditions en formant, dans le premier cas, un mélange d'iodure cuivreux et d'un peu d'iodure de zinc, dans le deuxième, seulement l'iodure cuivreux non hygrométrique. La vitesse de propagation de l'ioduration avec la feuille de laiton est comparable à celle de la feuille d'argent.

Les feuilles d'aluminium se trouent aux points de contact, mais l'ioduration se propage lentement; les feuilles d'étain jaunissent, l'action est lente; les feuilles de zinc donnent rapidement des gouttelettes liquides autour de l'iode, parce qu'il se forme de l'iodure de zinc extrêmement déliquescent. Le même phénomène se produit avec des lames de cadmium, de magnésium, de calcium.

De l'ensemble de tous ces essais, il résulte que la feuille battue d'argent est une de celles qui s'iodure le plus rapidement, tout en présentant l'avantage d'être inaltérable à l'air sec ou humide.

J'ai cherché à utiliser cette action pour caractériser la présence du chlore en un point donné d'une atmosphère et constituer un appareil avertisseur.

Découpons dans une feuille d'argent une bande de 1cm de largeur par exemple, disposons sur cette bande une mince couche d'iodure de potassium humide placée

---

([1]) Ce sont les feuilles les plus minces qu'on peut obtenir par battage.

transversalement dans toute la largeur de la bande et fermons un circuit électrique avec cette feuille. Lorsque du chlore arrive au contact de l'iodure, il met l'iode en liberté et celui-ci transforme aussitôt l'argent voisin en iodure non conducteur, le courant est interrompu et le déplacement correspondant de l'aiguille d'un ampéremètre peut provoquer la mise en marche d'appareils avertisseurs.

Supposons que la largeur du petit rectangle ioduré soit de 3^{mm}, que la feuille ait une épaisseur de 3^{μ} et une largeur de 1^{cm}, il suffira de $\frac{1}{10}$ de centimètre cube de chlore pour mettre en liberté l'iode nécessaire à l'ioduration complète d'une surface correspondante de la lame d'argent. Autrement dit, il faut superposer à la couche d'iodure une couche minimum de $3^{mm},3$ de chlore à la pression normale pour réaliser l'ioduration totale; avec de l'air contenant $\frac{1}{100}$ de chlore, il faudrait une couche de cet air chloruré dépassant 33^{cm}. Il importe que la couche d'iodure reste humide pour établir un bon contact avec la lame; on peut obtenir ce résultat en incorporant à l'iodure une petite quantité d'un sel hygrométrique ou bien d'une solution glycérinée.

Les iodures de plomb, de mercure, se comportent comme l'iodure de potassium.

On conçoit qu'en introduisant la lame précédente dans un pont de Wheastone, il soit possible de déclencher une action énergique au moment de la rupture du courant par ioduration de la feuille.

En opérant avec un circuit comprenant une grande résistance, un élément d'accumulateur et un ampèremètre, on a constaté qu'un courant de chlore arrivant dans le voisinage de la lame produisait une interruption du courant après quelques secondes; des vapeurs de brome répandues dans les mêmes conditions provoquent la rupture du courant après 23 secondes.

Si l'on projette de l'iode en poudre sur la feuille d'argent, le courant s'affaiblit progressivement, il n'y a pas de rupture brusque, il faut alors plusieurs minutes pour ramener l'ampèremètre au zéro.

En vue de donner plus de sensibilité à l'appareil, nous avons remplacé les feuilles d'argent par une très mince couche d'argent déposée chimiquement à la surface d'une lame de verre, mais nous avons constaté, contrairement à notre prévision, que l'appareil était ralenti.

On peut doubler l'intensité d'action en plaçant un enduit ioduré sur chacune des faces de la lame.

L'appareil, toutefois, perd beaucoup de sa sensibilité quand la teneur en chlore devient faible. On pourrait sans doute l'améliorer en soumettant l'appareil à l'action d'un courant d'air permanent et en étudiant systématiquement la meilleure disposition de l'enduit ioduré.

CHIMIE MINÉRALE. — *Les bismuthobromocyanures; nouveaux complexes.* Note de M. A.-Ch. Vournazos, présentée par M. Charles Moureu.

La combinaison de bismuth avec le cyanogène ne paraît pas possible à la température ordinaire ; les composés halogénés de ce métal peuvent au contraire s'unir avec les cyanures métalliques pour donner des complexes, que je viens de découvrir. Un examen sommaire a prouvé que les halogénures bismuthiques se comportent tous de la même manière. Les composés dérivés du tribromure de bismuth ont été tout d'abord étudiés et peuvent servir d'exemple.

La formation de ces nouveaux complexes dépend principalement du degré de siccité et aussi de pureté où se trouvent les matières réagissantes. On opère au sein du xylol, bien purifié et déshydraté par le sodium métallique.

Le bromure de bismuth est obtenu en faisant passer des vapeurs de brome sur du bismuth réduit en état spongieux et exempt d'arsenic; il cristallise en prismes d'un jaune de soufre. Très peu soluble dans le xylol à la température ordinaire, il se dissout totalement lorsqu'on le traite au bain-marie avec vingt fois son poids de ce dissolvant.

Le tribromure bismuthique combiné avec les divers cyanures forme un groupement particulier $[Bi(BrCy)^3]$, où l'on rencontre pour la première fois une coordination du bismuth et du cyanogène. Cet anion ternaire appartient à un acide complexe $H^3BiBr^3Cy^3$, dont la pression osmotique serait le quadruple de celle de la même molécule supposée à l'état non dissocié.

La forte action hydrolytique exercée sur le bromure de bismuth provoque la décomposition plus ou moins rapide de la molécule complexe, aussitôt que celle-ci se trouve en contact avec l'eau; les cyanures solubles n'attaquent en effet ni les oxyhalogénures de bismuth ni l'oxyde bismuthique. Il en résulte que la formation des complexes en question ne peut pas avoir lieu en milieu aqueux, d'où l'emploi des liquides organiques, parmi lesquels le xylol agit, d'après mes recherches, comme un catalyseur positif. L'emploi de ce corps m'a déjà permis d'obtenir les cyanures complexes des composés halogénés de l'antimoine [1]; l'action catalytique du xylol a été, du reste, essayée par moi, avec succès, dans un grand nombre de cas ana-

---

[1] A.-C. Vournazos, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 1258.

logues. La combinaison du bromure de bismuth avec les cyanures se fait directement en présence de xylol; les produits obtenus ne donnent plus la réaction du bismuth, qui entre dans l'anion complexe. La formule générale des bismuthobromocyanures des métaux monovalents (M) serait alors $[BiBr^3Cy^3]M^3$.

Théorie de la constitution complexe. — L'étude détaillée d'un grand nombre des cyanures complexes d'antimoine et de bismuth, que j'ai effectuée depuis un an, a prouvé que la plupart de ces corps, d'ailleurs bien caractérisés, se dédoublent par l'eau en leurs molécules constituantes. Or, il y a lieu d'admettre que certaines molécules, comme ici les cyanures, sont attirées par certains éléments, dont la valence maxima n'a pas été saturée. Cet *excédent latent* de valence est réparti sur les espèces chimiques qui forment la molécule complexe. L'attraction ainsi exercée ne dépend nullement des propriétés physiques des molécules attirées, mais seulement de leur nature chimique; les molécules ne sont pas, d'ailleurs, toutes susceptibles de cette attraction, comme les métaux ne sont pas tous magnétiques vis-à-vis de l'aimant.

Pour expliquer la structure complexe, Werner avait attribué l'affinité moléculaire à des valences secondaires développées par les lignes de force que produisent les électrons, auxquels correspondent directement les valences principales. Mais cette théorie est inadmissible; les molécules non dissociées ne développent nullement des lignes de force, car elles ne sont pas pourvues d'électrons; et ces molécules non dissociées peuvent, comme je l'ai démontré, former des complexes. Elles sont alors attirées par le métal à valence latente et rangées de façon à former un anion complexe.

C'est ainsi que le cobalt, au maximum tétravalent (dans le bisulfure), et même hexavalent dans la smaltine, le platine, au maximum hexavalent ($PtAs^2$), l'antimoine et le bismuth, au maximum pentavalent, étant combinés avec une valence inférieure, sont encore aptes à attirer certaines molécules intégrales et donner des complexes. Dans mon cas, le bismuth trivalent dispose de sa double valence latente pour attirer encore trois molécules d'un cyanure de métal monovalent, avec lesquelles il s'unit en complexe. Cette attraction qu'exerce le métal à valence latente, je l'exprime par le signe (dans les formules analytiques des complexes. Ainsi le bismuthobromocyanure du métal monovalent M serait représenté par la formule $BiBr^3(3CN.M$.

Les principes ci-dessus, que je soutiens à propos de la constitution complexe, m'ont fait prévoir la possibilité de l'existence des nouveaux

groupements complexes, dont j'ai en effet réalisé la préparation; le procédé expérimental est le même et peut être considéré comme général. Voici d'ailleurs quelques bismuthobromocyanures étudiés.

Bismuthobromocyanure potassique. — Les deux constituants bromure de bismuth et cyanure potassique doivent être séchés complètement dans le vide sulfurique; on pèse 4,4775 de $BiBr^3$ et 1,9535 de KCN, et l'on mélange rapidement les deux produits dans un mortier de porcelaine. On ajoute du xylol par gouttes jusqu'à ce qu'on obtienne une masse ayant la consistance d'une pommade fine, que l'on triture avec soin, afin d'obtenir un mélange intime; on continue alors à ajouter jusqu'à 100^{cm^3} de xylol pur et exempt d'humidité; on porte le mélange dans un ballon en verre à long col, on bouche le ballon et l'on chauffe au bain-marie pendant 15-20 heures en agitant de temps à autre. Le mélange initial, couleur jaune de soufre, s'est transformé en un corps gris blanc, qui fut séparé par filtration et séché dans le vide.

Le complexe $'''[BiBr^3Cy^3]K^{3\cdots}$ est décomposé par l'eau froide; il est soluble dans l'acide chlorhydrique dilué, mais cette dissolution s'altère rapidement. Chauffé à l'abri de l'air, il se transforme en KBr et bismuth métallique.

Bismuthobromocyanure d'argent : $[BiBr^3Cy^3]Ag^3$. — Il est obtenu par l'action du bromure bismuthique (3,582) sur le cyanure d'argent (3,213) suivant le procédé général, exposé plus haut, et en chauffant pendant 6 heures au bain-marie. Le complexe formé est un corps amorphe, couleur jaune orange, insoluble et inaltérable dans l'eau et l'alcool, même à l'ébullition prolongée. L'ammoniaque et le cyanure potassique le décomposent à froid; il est réduit par la lumière solaire et se colore en gris noirâtre. Chauffé à l'abri de l'air, il se transforme en bromure d'argent et bismuth métallique.

Bismuthobromocyanure de cuprosum : $BiBr^3(3CNCu$. — Ce composé est préparé en chauffant, au sein du xylol, pendant 15 heures, un mélange de 5,373 de bromure de bismuth avec 3,225 de cyanure cuivreux; on opère d'après la méthode générale. Le mélange, au début brun clair, se transforme en une poudre amorphe d'un gris verdâtre, insoluble dans le xylol, l'eau froide et l'acide tartrique; le produit est attaqué par l'eau en ébullition, en donnant du bromure cuivreux, de l'hydrate de bismuth BiO(OH) et de l'acide cyanhydrique. Traité par le cyanure de potassium, il se décompose en $Bi(OH)^3$ et $K^6[Cu^2Cy^8]$. Il se dissout dans l'acide chlorhydrique dilué à chaud, mais la dissolution incolore verdit avec le temps par la formation de $CuCl^2$. Chauffé dans un tube à essai, il donne du bromure de bismuth, du charbon et du cuivre, formant un miroir rouge métallique.

Bismuthobromocyanure de mercure : $2BiBr^3(3HgCy^2$. — Il est obtenu par l'action du bromure de bismuth (4,478) sur le cyanure de mercure (3,789), suivant la méthode générale et en chauffant au sein du xylol pendant 15 heures. Le mélange primitif, couleur jaune de soufre, s'est transformé ainsi en une poudre blanche cristalline, qui, examinée au microscope, présente de longues aiguilles prismatiques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Solubilité des nitranilines isomères dans le métaxylène.* Note de M. **Chapas**, présentée par M. Georges Lemoine.

Les règles connues sur l'influence de la constitution sur la solubilité des substances organiques sont peu nombreuses; on sait, par exemple, que les divers corps d'une même série homologue sont miscibles les uns aux autres; il en est de même des isomères de position, tels que les dérivés ortho-, méta- et parabisubstitués du benzène. Ostromysslensky, dans un travail déjà ancien [1], remarque que la miscibilité se rencontre souvent chez les corps *du même type chimique*, et donne l'exemple de l'alcool ordinaire et de l'éther ordinaire

$$O\begin{cases}H\\C^2H^5\end{cases},\qquad O\begin{cases}C^2H^5\\C^2H^5\end{cases}.$$

Ces règles, encore bien rudimentaires, nous ont amenés à rechercher l'influence de l'isomérie de position, dans la série du benzène, sur la solubilité. A cet effet, nous avons déterminé la solubilité des trois nitranilines isomères

$$\langle\;\rangle NH^2 \;(NO^2 \text{ en ortho}),\qquad \langle\;\rangle NH^2 \;(NO^2 \text{ en méta}),\qquad NO^2\langle\;\rangle NH^2,$$

dans le même solvant, le métaxylène, à la température de 15° C.

Mode opératoire. — I. Nous avons d'abord cherché à préparer des solutions saturées en chauffant un excès de l'aniline nitrée mise en expérience, avec le *m*-xylène, en refroidissant le mélange à 15°, et en filtrant. Par évaporation d'un poids connu de cette solution saturée sur un verre de montre taré, d'abord à l'air, puis à l'étuve vers 90°-100°, nous pouvions déterminer la composition de la solution. Cette méthode est peu commode, à cause de la durée de l'évaporation; de plus, il semble que le *m*-xylène s'unisse en proportions moléculaires avec les nitranilines; nous pensons avoir obtenu, avec la *m*-nitraniline, la combinaison

$$C^6H^4(NH^2)(NO^2) + C^6H^4(CH^3)^2$$

et les composés obtenus se dissocient à l'étuve en perdant du xylène, lequel entraîne facilement de la nitraniline. C'est pourquoi nous avons abandonné cette méthode. Néanmoins, son application nous a conduit à conclure que les trois isomères se classent dans l'ordre suivant de solubilités croissantes :

p-nitraniline, *m*-nitraniline, *o*-nitraniline,

et la solubilité pour la *m*-nitraniline a été trouvée à peu près 1,8 pour 100.

---

[1] J. Ostromysslensky, *Sur les relations entre le solvant et le corps à dissoudre* (*Journ. für prakt. Chem.*, t. 76, 1907, p. 264).

II. Nous confirmons ces résultats par la méthode ci-après. Dans un tube à essai taré (diam. 10^{mm}; haut. 110^{mm}) muni d'une fine baguette de verre servant d'agitateur, nous introduisons la nitranilins et nous déterminons son poids en suspendant le tube au-dessus de l'un des plateaux d'une balance. Nous ajoutons alors une quantité de *m*-xylène insuffisante pour produire la dissolution complète et nous chauffons au bain-marie en agitant; puis en portant l'appareil dans un bain d'eau à 15°, nous observons d'abord la cristallisation de l'aniline nitrée; nous rajoutons du *m*-xylène, chauffons, refroidissons à nouveau, et ainsi de suite; lorsque la solution maintenue à 15° ne cristallise plus, même en frottant les parois du tube avec la baguette, nous concluons que la limite de solubilité à 15° est atteinte, et nous déterminons par pesée la quantité de xylène employée [1].

Résultats. — Nous indiquons le poids de nitraniline dissoute (en grammes, par exemple) dans 100^{g} du solvant, à 15° C. (coefficient de solubilité, d'après Gay-Lussac) :

Orthonitraniline	11,6	pour 100
Métanitraniline	1,74	»
Paranitraniline	0,28	»

Ces nombres sont très différents les uns des autres; il est très remarquable que l'isomérie de position a une influence énorme sur la solubilité, les écarts entre ces solubilités étant bien plus appréciables que les écarts entre les autres constantes physiques (sauf, peut-être, le point de fusion).

Nous mentionnerons encore les observations suivantes :

a. Les solutions d'*o*-nitraniline sont jaunes; à la saturation, il s'en sépare de petits cristaux oranges.

b. Les solutions de *m*-nitraniline sont jaunâtres; les cristaux qu'elles abandonnent par refroidissement sont de grandes aiguilles jaunes, extrêmement caractéristiques.

c. Les solutions de *p*-nitraniline sont incolores et donnent des cristaux en lamelles très minces et brillantes.

Nous nous proposons d'étudier d'autres groupes d'isomères, en déterminant les solubilités non seulement dans le *m*-xylène, mais aussi dans ses isomères ortho et para.

---

[1] Nous utilisons la fraction du *m*-xylène (les $\frac{2}{5}$) passant à la distillation de 137°,5 à 138°.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Relations de sismicité et de géotectonique dans les Pyrénées.* Note de M. **Octave Mengel**, présentée par M. Bigourdan.

La discussion de la répartition géographique et du mode de répercussion des tremblements de terre qui se sont produits à l'extrémité orientale des Pyrénées m'a révélé l'intime liaison des phénomènes sismiques avec l'architecture de cette partie de la chaîne ([1]). L'étude que j'ai faite des macrosismes signalés depuis 1908 dans la partie orientale et centrale des Pyrénées, associée à la synthèse tectonique que M. Léon Bertrand a faite du revers septentrional de la chaîne, et aux nouveaux aperçus géologiques que j'ai acquis personnellement sur le revers méridional, n'a fait que renforcer mes précédentes conclusions.

Le revers méridional plus encore que le revers septentrional, est un pays de nappes parties au Nord sous l'action d'une poussée générale venant du Sud. Cette poussée contre l'axe anticlinal hercynien de la chaîne s'est traduite par un grand accident longitudinal accusé, en de nombreux points, par l'intrication de ces nappes dans la bordure de la zone primaire centrale. A la hauteur de Prats de Mollo, cet accident éprouve un rejet vers le Nord et la zone d'encapuchonnement qu'on peut suivre du Mont Perdu au Col d'Arcs, près Prats de Mollo, est reportée, par l'extrémité orientale du Canigou, au synclinal secondaire d'Amélie-les-Bains, avec ligne de suture suivant le synclinal dévonien plus ou moins écrasé de Prats de Mollo, Arles, Amélie-les-Bains. Ce synclinal et sa bordure, le massif chevauché du Roc de France, jouent un rôle prépondérant dans la transmission des sismes nord-pyrénéens vers la région sismique espagnole que j'ai dénommée antérieurement le « Voussoir Prats de Mollo-Gérone ».

Il existe d'autres régions hypocentriques que celles que j'avais alors signalées, mais toutes sont en relation directe avec des accidents tectoniques. L'une au NE des Albères est caractérisée par des sismes locaux ayant généralement leur origine en mer, là ou l'ennoyage pliocène de l'axe central a été suivi d'un effondrement quaternaire.

Ces sismes sont souvent accompagnés d'un bruit de caractère nettement explosif (18 mars 1915, 28 septembre 1917) qui, chaque fois, fait croire

---

([1]) O. Mengel, *Aperçu sur la tectonique et la sismicité des Pays Catalans* (*Ass. Fr. Av. Sc. : Congrès de Clermont-Ferrand*, 1908).

tout d'abord à une explosion de dynamite à l'usine de Paulilles. Ils sont parfois précédés d'une secousse préliminaire sur le versant méridional (avril 1903, le 17 à Rosas, le 20 de Port-Bou à Salces), ce qui indiquerait un effort propagé du Sud au Nord. Je vois une seconde aire épicentrique en Cerdagne, le long des hautes falaises de la Sierra-de-Cadi, front démantelé de la nappe supérieure du complexe espagnol, là où j'ai signalé récemment des mouvements quaternaires post-glaciaires. Le 23 février 1918, cette aire entrait en vibration à $20^h 25^m$ sur le revers nord-ouest de la Sierra-de-Cadi. Une réplique se produisait au Nord le 23, à $3^h 10^m$, à Bagnères-de-Bigorre et à l'Est le 23, à 5^h, à Prats-de-Mollo, sur la ligne du grand accident sud pyrénéen. Il paraît logique d'interpréter ces sismes comme des ruptures de tensions auxquelles les roches internes sont encore soumises, l'une déclenchant l'autre. Dans la région de la Maladetta existe une aire épicentrique de plus grande activité. Le fait que cette aire se trouve en pays de nappes où le chevauchement anormal vers le sud bordant le grand accident sud pyrénéen est le plus développé, indique assez une origine tectonique. Elle accuse d'ailleurs une certaine parenté avec l'aire épicentrique bien connue du revers nord des Hautes-Pyrénées, qui se diffuse tout le long du contact des nappes A et B de M. Léon Bertrand.

En novembre 1919, par exemple, on note les secousses suivantes : le 20, en Ribagorza; le 27, à Pont-de-Suert et en Saint-Gironnais (France); le 29, degré VI, au sud des Monts-Maudits (d'après détermination de MM. Fontseré à Barcelone, Labrouste à Strasbourg) et à la même heure, degré V, de Foix à Quérigut avec, en France, zone de vibration contournant le massif granitique de Mont-Louis et le Canigou, pour passer en Espagne par Prades, Amélie-les-Bains (renforcement au degré V), Saint-Laurent-de-Cerdans; le 2 décembre, secousse en Venasque et en Saint-Gironnais.

Novembre 1920 fournit une documentation analogue : le 18-19, série d'une dizaine de secousses avec aire épicentrique de degré V d'Ansignan, Maury à Saint-Paul, au contact des nappes A et B; le 28-29, aire épicentrique de degré VI à V, s'étendant de Sournia à Aulus et en largeur de Quillan à Quérigut, encore en contact de la zone centrale avec les nappes A et B. Les lignes isosistes, que me permet de tracer une documentation basée sur plus de 200 questionnaires, présentent une invagination en Cerdagne par la vallée de Carol, une autre jusqu'à La Cassagne (degré IV), au-dessous de Mont-Louis, suivant la prolongation vers l'ouest du synclinal secondaire d'Amélie écrasé entre l'extrémité orientale du Canigou et la

zone primaire centrale. Elles dessinent également une avancée vers le Narbonnais, épousant la nappe des Corbières orientales avec maximum relatif d'intensité vers Durban, à la base du chevauchement de la nappe sur l'extrémité orientale du massif autochtone du Mouthoumet. Ces isosistes passent de nouveau en Espagne par le chevauchement du massif du Roc de France et son synclinal de suture avec le Canigou, pour s'arrêter à Massanet. Le gradient des isosistes, fort au voisinage des accidents tectoniques, est faible ou nul dans les terrains en place, ou sur le plateau tranquille des nappes (partie supérieure des Corbières), mais il se renforce au passage de ces plateaux aux alluvions humides des plaines côtières (Roussillon et Narbonnais). La plaine toulousaine paraît au contraire avoir arrêté la propagation des ondes vers le Nord.

En résumé, les anticlinaux de la zone primaire centrale des Pyrénées sont relativement asismiques. Par contre les rides de plissements tertiaires sont le lieu des foyers hypocentriques, et le passage des vibrations qui en émanent provoque, par résonance physique ou mécanique, dans les parties en tension de ces rides, des aires épicentriques secondaires. Enfin, les terrains meubles et humides en profondeur facilitent la propagation et l'amortissement régulier des ondes (¹).

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un cas d'anéantissement d'une bourrasque.* Note (²) de M. **Gabriel Guilbert**, présentée par M. Bourgeois.

J'ai l'honneur d'exposer à l'Académie un exemple du phénomène météorologique que je nomme *compression du cyclone* et qui n'est autre que l'encerclement d'un tourbillon, par des vents de force supérieure à la normale.

La règle 2 de ma méthode de prévision vise ce cas : *Toute dépression, entourée de vents convergents et anormaux par excès, sera comblée, sur place, dans les 24 heures, quelquefois en 12 heures, par hausse barométrique, maximum au centre.*

Une occasion s'est présentée le 5 février 1921 d'appliquer cette règle. Au matin de ce jour, une bourrasque se trouvait à l'ouest de Bretagne,

(¹) O. Mengel, *Du mode de répercussion en Roussillon du tremblement de terre de Provence du 11 juin 1909* (*Annuaire de la Société météorologique de France*, t. 57, 1909, p. 202).

(²) Séance du 14 février 1921.

avec — $9^{mm},4$ à Brest. Des vents très forts d'E à Falmouth, Portland, forts de SE au Havre, s'opposaient à des vents de SW forts à Lorient, à Brest, réalisant l'encerclement exigé par la règle 2. De plus, au centre du cyclone, à Ouessant, un vent très fort de SW s'observait et exigeait l'application d'une autre de mes règles, n° 5, ainsi rédigée : *Toute dépression, qui, au lieu du calme central théorique, présentera dans la région du centre des vents forts ou violents; sera détruite dans les 24 heures, avec hausse maximum au centre.*

Je n'ai jamais découvert d'exceptions à cette règle 5.

En vertu donc de ces deux principes, j'ai rédigé de la façon suivante la prévision de février : *La bourrasque à l'ouest de Bretagne sera détruite, sur place, en 12 heures, avec hausse maximum à Ouessant* + 18^{mm}.

Cette prévision s'est réalisée dans tous ses détails :

La bourrasque a été détruite, sur place, en 12 heures et la hausse barométrique, de + 10^{mm} dans la journée du 5 février, atteignait le 6 au matin + 16^{mm} à Ouessant même, c'est-à-dire exactement au centre.

En dehors de cette prévision principale, une hausse barométrique générale sur l'Europe a été prévue, *à l'exception de la Provence et de la Corse*, où ont été fixés — 1^{mm} pour la Provence et — 2^{mm} pour la Corse. Les résultats donnent — $1^{mm},7$ à Toulon, — 3^{mm} en Corse.

Pour Paris, une hauteur barométrique avait été indiquée, à 7^{h} du matin, de 764^{mm}-765^{mm}; il a été constaté $764^{mm},6$ à 7^{h}.

La pluie fut prévue pour le Sud de la France; le beau temps pour le Nord; les vents d'Est en Bretagne, *au lieu et place des vents d'Ouest*, et toutes ces prévisions, conséquence des variations de pression prévues, furent exactement réalisées. Toutes les méthodes classiques ne purent, au contraire, fournir que des prévisions inexactes. La mienne a réussi parce que le calcul est à sa base. Plusieurs de mes règles pourraient être représentées par des équations : elles peuvent être appliquées aussi bien pour la marine que pour l'aviation.

C'est ainsi que mon collaborateur, M. Guénaire, météorologste, a pu, en mon absence, le 24 novembre dernier, rédiger une prévision analogue à la mienne du 5 février. Devant une bourrasque qui amenait en Bretagne une baisse de —14^{mm}, et qui obligeait les météorologistes à hisser les cônes de tempête sur toutes les côtes de France, M. Guénaire écrivait : *La dépression de Bretagne se comblera; les vents seront assez forts ou modérés.* Cette prévision, contraire à toutes les données de la science actuelle, mais commandée par mes règles 2, 3 et 5, se réalisa exactement.

J'affirmerai, d'après une expérience de trente années révolues, que

nos principes, découverts en 1890, permettent la prévision chiffrée des variations barométriques, en hausse ou en baisse, à 12 ou 24 heures d'avance, quelquefois au delà, sur toute l'Europe. Nulle prévision du temps ne peut être rationnelle, si elle ne précise, par des *chiffres*, la valeur de la variation future, puisque c'est cette valeur même qui détermine *le temps :* pluies et vents, ainsi que le tracé des isobares du lendemain.

Or le vent, d'après mes règles, *et le vent de surface seul*, à l'exclusion des vents de la Tour Eiffel et des montagnes, est le maître de la pression barométrique et en commande seul les variations : les faits quotidiens rendent toute dénégation impossible.

PHYSIOLOGIE. — *Tension superficielle et choc anaphylactique.* Note de M. **Auguste Lumière**, présentée par M. Roux.

Dans des Communications précédentes ([1]), nous avons formulé quelques réserves relativement au rôle de la tension superficielle dans le choc anaphylactique.

Discutant nos expériences réalisées avec l'hyposulfite de soude, M. Kopaczewski montre, dans une intéressante Note récemment publiée ([2]), que, d'après ses mesures, la tension superficielle du mélange par parties égales de ce produit en solution à 5 pour 100 avec du sérum serait inférieure à celle de ce sérum; il attribue alors l'action antichoc de l'hyposulfite, non à la dispersion ou à la dissolution des éléments floculés qui se forment dans le sang à la suite de l'injection déchaînante, mais plutôt à l'empêchement de la floculation et en tire argument en faveur de l'intervention de la tension superficielle dans la production du choc.

Les mesures de cet auteur ne paraissant pas s'accorder avec les constantes physiques et les formules connues, nous avons repris à notre tour leurs déterminations et nous sommes arrivé aux chiffres, tout différents, qui suivent :

([1]) Auguste Lumière et Jean Chevrotier, *Sur un procédé simple et inoffensif permettant d'éviter le choc anaphylactique* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 741). — Auguste Lumière et Henri Couturier, *Sur le choc provoqué par l'introduction de substances insolubles dans la circulation* (*Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 1172).

([2]) W. Kopaczewski, *Le rôle de la tension superficielle dans les phénomènes de choc* (*Comptes rendus*, t. 172, 1921, p. 337).

	Tensions superficielles en dynes par centimètre.
Eau distillée	72,69
Solution d'hyposulfite à 5 pour 100	73,69
Sérum	51,83
Sérum dilué de moitié avec l'hyposulfite à 5 pour 100	53,58

L'addition de la solution d'hyposulfite au sérum augmentant la tension superficielle, l'argumentation de M. Kopaczewski sur ce point perd sa valeur, bien que nous soyons, d'autre part, complètement de l'avis de cet auteur quant à l'origine physique du choc [1].

Nous nous sommes d'ailleurs assuré que l'on pouvait supprimer le choc anaphylactique au moyen de substances (certains hypnotiques par exemple) qui, en solution aqueuse, augmentent la tension superficielle du sérum et, inversement, nous avons pu dans nos expériences provoquer le choc malgré l'addition à l'injection déchaînante de corps organiques qui abaissent cette tension.

Il n'est pas douteux cependant que, dans le choc anaphylactique vrai, les phénomènes de floculation s'accompagnent inévitablement d'augmentation de la tension superficielle; la conductibilité, l'ionisation, les propriétés optiques et chimiques du milieu se trouvent brusquement modifiées, en même temps que des troubles surviennent dans la coagulabilité et la viscosité du sang. Ces changements s'accompagnent en outre de leucopénie, d'inversion de la formule leucocytaire, etc.

La variation de la tension superficielle, comme toutes ces modifications, sont donc des phénomènes qui accompagnent la floculation ou lui sont consécutifs sans constituer la cause du choc qui, d'après nos expériences, proviendrait principalement de la présence, dans les vaisseaux, d'éléments floculés.

---

(1) Il n'est pas surprenant que des erreurs puissent se glisser dans les déterminations de tension superficielle, les dispositifs expérimentaux ne permettant pas de tenir compte de toutes les conditions du problème avec leurs valeurs relatives. Ce sont les méthodes qui la plupart du temps sont en défaut plutôt que les expérimentateurs.

Nous avons cherché à nous mettre le plus possible à l'abri de ces erreurs en utilisant le procédé de l'ascension dans les tubes capillaires et en prenant toutes précautions utiles. Les chiffres que nous avons trouvé ne doivent pas être considérés en valeur absolue, mais seulement dans les rapports qu'ils ont entre eux et qui s'accordent d'ailleurs avec les constantes physiques et les faits établis antérieurement.

Nous n'avons point prétendu qu'il n'existait aucune différence entre tous les phénomènes qui s'observent dans le choc anaphylactique et ceux qui surviennent dans le choc barytique ou choc par contact, mais nous persistons à croire que la cause primitive des accidents et leur mécanisme sont semblables.

Il n'est pas possible en effet de ne point être frappé de la similitude complète des symptômes de tous ces chocs, depuis le prurit jusqu'aux accidents agoniques : chute de pression, abaissement de température, vomissements, hémorragies, troubles paralytiques et nerveux se déroulant dans le même ordre; quand on passe d'une espèce animale à une autre, les mêmes différences symptomatiques se manifestent. Les lésions anatomiques sont également semblables, qu'on les observe macroscopiquement ou sur des coupes; elles sont plus prononcées lorsque les troubles ont évolué lentement, aussi bien dans le choc barytique que dans le choc anaphylactique; nous nous sommes également assuré que les vaso-constricteurs, de même que les anesthésiques et les hypnotiques, suppriment ou atténuent aussi bien l'un de ces chocs que l'autre, tandis que les vaso-dilatateurs les aggravent de la même manière.

Lorsque les doses déchaînantes sont convenablement choisies et que les accidents précoces se sont amendés, les troubles tardifs et les lésions qui les accompagnent sont encore de même nature.

La possibilité de vacciner dans les deux cas par les doses subintrantes, de préserver un animal sensibilisé contre le choc anaphylactique en lui administrant du sulfate de baryte et inversement, constitue aussi un fait d'une haute valeur en faveur de l'unité du mécanisme du choc.

Enfin la gravité des accidents suivant la voie d'introduction est encore la même pour les deux types de chocs qui ont bien, en définitive, les mêmes caractères et s'accompagnent des mêmes symptômes et des mêmes lésions; leur cause physique semble donc bien être la même et réside dans l'introduction ou la formation brusque dans la circulation d'un précipité floculé.

PHYSIOLOGIE. — *Contribution à l'étude de l'immunité humorale chez les Insectes.* Note [1] de M. A. **Paillot**, présentée par M. Paul Marchal.

Dans une précédente Note, nous avons émis l'hypothèse que la réaction d'immunité humorale observée dans le sang des chenilles d'*Agrotis segetum*

---

[1] Séance du 21 février 1921.

inoculées avec le *Bacillus melolonthæ non liquefaciens* γ pouvait se manifester en dehors de toute activité cellulaire et sans la participation effective d'un anticorps déterminé. Cette hypothèse est renforcée par les faits d'expériences suivants : si l'on prélève aseptiquement du sang de chenille d'*Agrotis*, qu'on l'ensemence largement et l'abandonne en tube ouvert à la température de 24°, les microbes ne subissent aucune transformation granulaire, même après un séjour prolongé à l'étuve; cependant ils se développent mal, prennent une forme plus allongée et plus mince que la forme coccobacillaire typique. Si l'on inocule ce sang infecté dans la cavité générale d'une chenille neuve, on observe que les microbes subissent très rapidement dans le sang la transformation granulaire suivie aussitôt de bactériolyse. La réaction est du même type que celle observée dans le sang des chenilles en état d'immunité, à la suite de l'inoculation de bacilles de culture. Elle est terminée généralement vers la deuxième heure qui suit l'inoculation et souvent à la fin de la première.

On peut reproduire la réaction *in vitro* en ajoutant du sang frais au sang infecté, mais la transformation en granulations est toujours incomplète. Les mêmes phénomènes qui viennent d'être décrits se manifestent lorsqu'on se sert de sang centifugé au lieu de sang complet : il semble donc bien, ainsi que nous l'avons déjà montré pour d'autres faits d'expériences, que les éléments cellulaires du sang n'interviennent pas dans les réactions humorales du nouveau type.

A la suite de l'inoculation du sang complet ou du sang centrifugé infecté, et immédiatement après la disparition des microbes, le sang de la chenille est capable de réagir à nouveau sur les microbes de culture, comme le sang des chenilles en état d'immunité.

Ce fait démontre la possibilité d'accélérer dans une large mesure l'immunisation des chenilles; alors que cette immunisation est complète seulement après un séjour de 24 heures à la température de 24° avec la méthode ordinaire, avec l'autre méthode, elle le devient d'emblée dès après l'inoculation.

Les théories modernes ne peuvent donner de ces différents faits qu'une explication insuffisante. L'hypothèse que nous avons admise précédemment, et dont la conception est antérieure à leur découverte, rend mieux compte de leur nature. Entre les microbes et le sang, se produisent des réactions colloïdales complexes qui modifient plus ou moins profondément la nature des uns et de l'autre. Si l'on admet que le microbe est en état d'équilibre instable dans le nouveau milieu, il suffira d'un changement insensible

dans la composition du sang, de l'addition, par exemple, d'un électrolyte normalement présent dans le sang vivant, pour rompre l'état d'équilibre et déclencher les phases ultimes de la réaction humorale (granulation et bactériolyse). Nous avons vu que le sang circulant était beaucoup plus actif que le sang de prélèvement, probablement en raison de l'action oxydante de l'oxygène de l'air sur le ou les éléments actifs du sang.

Il est possible, en dernière analyse, que les phases ultimes de la réaction bactériolytique ne mettent en jeu qu'un petit nombre de constituants nouveaux du sang, ceux, par exemple, qui sont détruits vers 70°-75°; mais la réaction considérée dans son ensemble nous apparaît infiniment plus complexe. De toute façon, on ne peut guère assimiler la bactériolyse à l'action d'une diastase sur les microbes.

La théorie nouvelle que nous adoptons pour expliquer l'immunité des chenilles d'*A. segetum* contre le *B. m. non liquefaciens* est susceptible, croyons-nous, de s'appliquer à d'autres cas d'immunité humorale, au moins chez les Insectes. Mais, pour le moment, nous la considérons comme une théorie provisoire destinée, sans aucun doute, à être modifiée par la suite. Son importance réside pour nous dans le fait qu'elle élargit la question de l'immunité et permet d'entrevoir des possibilités d'explication de faits encore obscurs ou inexplicables par la théorie généralement admise.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence de la chaleur sur l'activité de la salicinase.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Arthur Compton**, présentée par M. Roux.

On sait que l'activité d'une diastase augmente d'abord rapidement avec la température, passe par un maximum, puis décroît jusqu'à devenir nulle. On appelle *température optima* la température à laquelle correspond la plus grande activité et *température mortelle* celle à laquelle la diastase devient inerte. Communément, on admet que chaque diastase possède une température optima et une température mortelle propres et l'on va quelquefois jusqu'à comparer ces températures à de véritables constantes physiques, analogues aux points de fusion et d'ébullition de certaines substances définies.

Nous avons démontré, en opérant sur l'amygdalase et sur l'amygdalinase, que la température optima, loin d'être constante et, par suite, facile à retrouver quelles que soient les conditions expérimentales, varie

au contraire, dans une large mesure, suivant la durée de l'action : elle est d'autant plus haute, toutes choses égales d'ailleurs, que le temps accordé à la diastase pour agir sur la substance passive est plus court ([1]).

Étant donnée l'importance de cette observation au point de vue des recherches sur les diastases en général, nous avons étendu nos expériences à la salicinase que nous avions découverte, à côté de l'amygdalase et de l'amygdalinase, dans les amandes ([2]). Mais, au lieu de déterminer, comme précédemment, les températures optima correspondant seulement à deux durées d'action différentes (2 heures et 15 heures), nous avons multiplié les séries d'expériences et les avons échelonnées depuis la durée d'action de 1 heure jusqu'à celle de 4 jours. Nous avons recherché en même temps les températures mortelles.

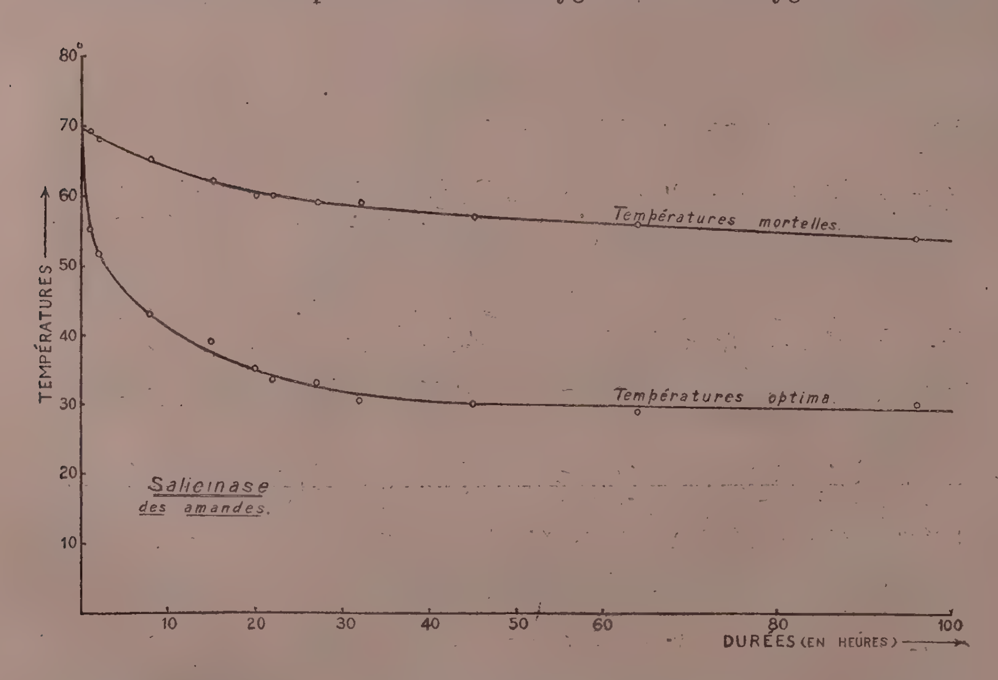
Pour avoir de bonnes mesures dans un tel genre de recherches, il faut que les proportions de glucoside hydrolysé soient assez grandes, mais il ne faut pas qu'elles soient trop rapprochées de l'hydrolyse totale. En conséquence, nous avons choisi des concentrations diastasiques permettant d'hydrolyser de la moitié aux deux tiers environ de la salicine présente. Naturellement, ces concentrations ont été d'autant plus faibles que les durées d'action ont été plus longues. Quant aux concentrations du glucoside, elles ont été d'une molécule-gramme pour 15^{l} dans presque toutes les expériences et d'une molécule-gramme pour $27^{l},5$ dans les expériences de 2 heures et de 15 heures. Ces variations ne devaient pas avoir d'influence sur la marche du phénomène envisagé, car il avait été établi par une étude préliminaire de l'un de nous que ni la concentration de la diastase, ni la concentration du glucoside ne modifient la température optima ([3]).

En construisant les courbes correspondant à chaque série d'expériences, nous avons obtenu les températures optima et les températures mortelles suivantes :

([1]) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1518.
([2]) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 797.
([3]) A. Compton, *Ann. Inst. Past.*, t. 28, 1914, p. 866.

Séries.	Durée des expériences.	Poids de diastase.	Poids de glucoside.	Volume de solution.	Températures optima.	Températures mortelles.
	h	mg	mg	cm³	°	°
1......	1	12,0	286	15	+ 55	+ 69
2......	2	8,0	209	20	+ 51,5	+ 68
3......	8	2,2	286	15	+ 43	+ 65
4......	15	1,3	209	20	+ 39	+ 62
5......	20	1,5	286	15	+ 35	+ 60
6......	22	1,0	286	15	+ 33,5	+ 60
7......	27	1,5	286	15	+ 33	+ 59
8......	32	1,0	286	15	+ 30,5	+ 59
9......	45	1,0	286	15	+ 30	+ 57
10......	64	1,0	286	15	+ 29	+ 56
11......	96	1,0	286	15	+ 30	+ 54

Ces résultats montrent qu'au point de vue de la température optima la salicinase se comporte comme l'amygdalase et l'amygdalinase. Ils



montrent, en outre, ce qui n'était pas encore apparu d'une manière aussi nette, que la température mortelle varie aussi en sens inverse de la durée

des expériences, ou, ce qui revient au même, du temps pendant lequel la diastase est soumise à l'action destructrice de la chaleur.

Mais ce n'est pas tout. En portant en abscisses les durées d'expériences et en ordonnées les températures optima et les températures mortelles, on obtient deux courbes continues très suggestives.

On voit, en effet, qu'au-dessous d'une certaine température, voisine ici de + 30°, la température optima cesse pour ainsi dire de diminuer quand on prolonge la durée d'action de la diastase. A partir et au-dessous de cette température, la diastase ne subit donc pour ainsi dire plus de décomposition sous l'influence de la chaleur : elle est dans une zone de thermostabilité qui correspond aux conditions de son apparition et de son fonctionnement dans le végétal et à laquelle on fera bien, désormais, d'attacher de l'importance lorsqu'on voudra étudier le rôle physiologique et les lois d'action d'une diastase.

On voit, d'autre part, qu'en plaçant le réactif diastasique dans des conditions de température de plus en plus élevée, on exalte continuellement sa vitesse d'action, phénomène conforme, dans son allure, à la loi générale d'action de la chaleur sur les réactions chimiques.

Il résulte de toutes ces observations que la notion de température optima, telle qu'on la conçoit ordinairement, disparaît. Elle fait place à celle que l'on pourrait appeler de la *température maxima d'activité*, température la plus haute à laquelle la diastase puisse encore opérer comme catalyseur. Cette température, voisine de + 70° dans le cas de la salicinase, est en même temps la plus élevée que puisse atteindre passagèrement le ferment soluble. Ainsi, la température maxima d'activité est aussi celle de destruction instantanée de la diastase par la chaleur.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Influence de quelques bases organiques et de leur chlorhydrate sur l'activité de l'amylase pancréatique.* Note de MM. **A. Desgrez et R. Moog**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons établi, avec P. Régnier [1], l'action favorable exercée, dans l'organisme, par le chlorhydrate de triméthylamine sur la destruction des composés ternaires. Il nous a dès lors paru intéressant de déterminer l'influence propre de ce sel, de ses analogues et des bases libres correspondantes,

---

[1] *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 1238.

sur certaines actions diastasiques ([1]). Nos recherches ont d'abord porté sur l'amylase pancréatique. Elles ont été effectuées avec l'empois d'amidon à 2 pour 100, en présence du fluorure de sodium, pour éviter l'action des ferments figurés. La diastase était employée soit sous la forme de solution glycérinée de pancréatine sèche, soit à l'état d'extrait glycériné de pancréas. Dans chaque série d'expériences, on opère de la façon suivante : un premier ballon, qui sert de témoin, reçoit 100^{cm^3} d'empois fluoré et 1^{cm^3} de solution d'amylase ; aux substances précédentes, on ajoute, dans les ballons suivants, une quantité variable ($0^g,001$ à $0^g,10$) de la substance, base ou sel, dont on veut déterminer l'influence. Les mélanges sont maintenus à l'étuve pendant un temps variant de 5 à 24 heures. Au sortir de l'étuve, tous les ballons sont portés dans un bain-marie bouillant, de façon à arrêter le travail diastasique. Après avoir remplacé l'eau évaporée pour rétablir le volume initial, on titre, à la liqueur de Fehling diluée au dixième, le sucre qui a pris naissance.

Les substances essayées ont été la triméthylamine, la monométhylamine, la triéthylamine et les chlorhydrates de ces bases (solution à 1 pour 100). Les tableaux dressés à l'aide de plusieurs séries d'expériences montrent que ces chlorhydrates exercent une influence favorisante marquée sur l'action de l'amylase pancréatique. Alors que le ballon témoin donne, par exemple, $0^g,87$ de maltose, celui qui a reçu $0^g,10$ de chlorhydrate de triméthylamine en donne $1^g,50$ dans le même temps.

Le sel de triéthylamine exerce une influence parallèle, mais sensiblement moins prononcée. L'action du chlorhydrate de monométhylamine est plus marquée que celle du chlorhydrate de la base tertiaire ; le maltose formé passe, par exemple, avec le premier sel, de $0^g,43$ à $0^g,83$; avec le second, de $0^g,43$ à $0^g,65$ seulement.

Les bases libres exercent, au contraire, une influence inhibitrice considérable sur l'activité diastasique : 5^{mg} de triéthylamine suffisent à faire tomber la proportion de maltose de $0^g,29$ à $0^g,05$. L'influence de la triméthylamine est notablement moins marquée, car, avec la même quantité de base, le sucre formé ne tombe que de $0^g,68$ à $0^g,57$.

Il nous a paru intéressant de déterminer également l'influence comparée de l'ammoniaque et de son chlorhydrate. La base libre provoque, comme les précédentes, un ralentissement considérable de l'action diastasique.

([1]) Ces recherches ont été commencées avec le concours de A. Moog, mort, depuis, aux armées.

Quant au chlorhydrate, soit à faible dose, soit même à 5 pour 100, il n'a permis de constater aucune variation sensible de la proportion de maltose fournie par le ballon témoin.

Les chlorhydrates des trois bases organiques précédentes, sels qui se rencontrent dans l'organisme, sont donc favorables à l'action de l'amylase pancréatique. Les bases libres sont, au contraire, nuisibles à ce processus diastasique.

Il y a lieu de se demander si l'acide chlorhydrique qui proviendrait d'une dissociation des sels employés dans nos expériences ne peut pas, à lui seul, accélérer l'hydrolyse de l'amidon. Pour prévenir cette objection, nous avons placé à l'étuve, pendant 24 heures, 100^{cm^3} d'une solution de pancréatine et d'empois fluoré. Les dosages ont donné, en maltose produit : 1° $0^g,431$, sans addition d'acide chlorhydrique au liquide ; 2° $0^g,429$, avec addition de 1^{cm^3} d'acide $\frac{N}{10}$; $0^g,384$, avec 2^{cm^3} d'acide et $0^g,344$, avec 1^{cm^3}. Loin d'être une accélération du processus hydrolytique, c'est donc un léger ralentissement qui est produit par la présence de faibles quantités d'acide chlorhydrique.

Les auteurs qui ont étudié l'action favorisante de certains ions sur l'amylase pancréatique (H. Bierry, Henri, Ambard) avaient limité leurs recherches à certains électrolytes. On n'avait pas encore abordé l'étude de l'action activante des chlorhydrates de bases organiques.

MÉDECINE. — *Étude de quelques réactions leucocytaires consécutives aux injections intraveineuses.* Note de MM. **H. Grenet**, **H. Drouin** et **M. Caillard**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons étudié les modifications leucocytaires consécutives aux injections intraveineuses de diverses substances, en recherchant dans quelle mesure elles sont influencées par l'état physique et par la nature chimique du produit injecté. Les nombreux travaux déjà consacrés à cette question sont fragmentaires, et ne comprennent que l'étude de certaines substances prises isolément. Nous avons fait des expériences comparatives, portant sur divers métaux, métalloïdes ou sels, bien définis.

L'animal qui a servi à nos recherches est le lapin.

Nous avons constaté d'abord que l'eau distillée ne détermine pas de modifications leucocytaires appréciables.

Les Tableaux suivants montrent quelques-unes des réactions observées après une seule injection intraveineuse :

RÉACTIONS OBSERVÉES APRÈS UNE INJECTION INTRAVEINEUSE DE 2$^{cm^3}$.

Chlorure de sodium (solution isotonique à 9 pour 1000).

	Avant l'injection.	Après 1 heure.	6 heures.	24 heures.	2 jours.	4 jours.
Leucoc. par mm³....	15300	16600	16200	17650	23000	19500
Poly. neutro. (p. 100).	58	58	65	67	69	60
Gr. et Moy. Mono...	30	27	35	33	19	22
Lymphocytes........	10	12			6	8
Eosinophiles........	0	1	0	0	3	3
Formes de Trans....	2	2	0	0	3	7

Iodure de potassium (solution isotonique à 25 pour 1000).

	Avant l'injection.	Après 1 heure.	6 heures.	24 heures.	2 jours.	4 jours.
Leucoc. par mm³....	11900	13300	14950	14000	12000	11300
Poly. neutro. (p. 100).	56	61	51	46	55,5	52
Gr. et Moy. Mono...	30	30	35	38	44,5	30
Lymphocytes.......	11	8	10	12		15
Eosinophiles........	0	0	1	0	0	3
Formes de Trans....	3	1	3	4	0	0

Chlorure de didyme (solution à 10 pour 1000).

	Avant l'injection.	Après 1 heure.	6 heures.	24 heures.	2 jours.	4 jours.	7 jours.
Leucoc. par mm³....	13000	14000	15000	19800	19000	17000	8000
Poly. neutro. (p. 100).	51	45	40	40	43	49	55
Gr. et Moy. Mono...	42	34	45	46	41	33	30
Lymphocytes.......	7	18	12	14	15	16	10
Eosinophiles.......	0	1	1	0	0	1	2
Formes de Trans....	0	2	2	0	1	1	3

Didyme colloïdal.

	Avant l'inject.	Après 15 min.	1 h.	6 h.	24 h.	2 jours.	4 jours.	7 jours.
Leucoc. par mm³....	12500	14000	10500	8000	12850	18000	15000	10000
Poly. neutro. (p. 100).	52	53	55	60	46	45	51	53
Gr. et Moy. Mono...	33	40	30	28	39	39	29	33
Lymphocytes.......	13	7	13	12	12	12	16	10
Eosinophiles........	0	0	0	0	0	1	2	3
Formes de Trans....	2	0	2	0	3	3	2	1

Argent colloïdal (Electrargol Clin, isotonisé, non stabilisé).

<table>
<tr><th rowspan="2"></th><th rowspan="2">Avant l'injection.</th><th colspan="6">Après</th></tr>
<tr><th>1 heure.</th><th>6 heures.</th><th>24 heures.</th><th>2 jours.</th><th>4 jours.</th><th>7 jours.</th></tr>
<tr><td>Leucoc. par mm³....</td><td>14650</td><td>11250</td><td>11250</td><td>17400</td><td>15000</td><td>13000</td><td>15000</td></tr>
<tr><td>Poly. neutro (p. 100).</td><td>48</td><td>50</td><td>68</td><td>72</td><td>62</td><td>46</td><td>52</td></tr>
<tr><td>Gr. et moy. Mono...</td><td>30</td><td rowspan="2">46</td><td>20</td><td rowspan="2">24</td><td>20</td><td rowspan="2">54</td><td rowspan="2">48</td></tr>
<tr><td>Lymphocytes.......</td><td>20</td><td>8</td><td>12</td></tr>
<tr><td>Eosinophiles........</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>Formes de trans......</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>3</td><td>4</td><td>0</td><td>0</td></tr>
</table>

Ces Tableaux montrent :

1° Que les solutions de concentration moyenne provoquent d'emblée de la leucocytose sans stade de leucopénie;

2° Que le type de la leucocytose varie selon la nature de la solution injectée : le chlorure de sodium détermine une leucocytose polynucléaire qui se maintient plusieurs jours après une seule injection. Mêmes résultats, dans d'autres expériences, avec le chlorure de potassium et le nitrate d'argent à 1 pour 1000.

Au contraire les iodures, quel que soit le métal (potassium, sodium), les sels de didyme, quel que soit le métalloïde (chlorures, iodures), déterminent une leucocytose mononucléaire qui s'établit d'emblée.

3° Que l'injection intraveineuse d'un colloïde quelconque provoque une phase de leucopénie (choc hémoclasique) avec polynucléose relative; puis, au bout de 24 heures, apparaît la leucocytose. Mais, à partir de ce moment, la forme de la leucocytose varie selon la nature du produit injecté : polynucléose avec l'argent; mononucléose avec le didyme, et aussi avec un complexe colloïdal iode-glycogène. La leucocytose présente donc alors un type analogue à celui que l'on observe après injection d'une solution vraie de substances actives de la même série (sels d'argent, de didyme, iodures).

Il résulte de ces recherches que les *solutions* injectées dans les veines déterminent d'emblée une leucocytose dont la forme varie selon la nature du produit employé;

Et que, d'autre part, les *colloïdes* agissent d'abord en fonction de leur état physique (leucopénie constante avec polynucléose relative), et ensuite, au bout d'un temps assez court, en fonction de leur nature chimique, la leucocytose affectant dès qu'elle apparaît, un type variable (mononucléose ou polynucléose) selon le colloïde utilisé. On peut supposer que c'est au

moment où celui-ci se dissout que survient cette deuxième phase, qui est la plus longue. Ainsi se précise ce qui revient, dans les réactions sanguines, d'une part à l'état physique (solution vraie ou pseudo-solution colloïdale) du produit injecté, et d'autre part à sa nature chimique, qui règle seule les modifications les plus durables.

MÉDECINE. — *Sur la recherche des vibrations thoraciques chez la femme et l'enfant dans les pleurésies.* Note de M. **Henri Frossard**, présentée par M. d'Arsonval.

On s'accorde à déplorer que les vibrations thoraciques soient difficilement perçues chez la femme et l'enfant à cause de leur voix trop grêle.

Ce symptôme de premier ordre peut cependant être recherché avec succès à la condition de faire compter les malades non seulement à voix *forte*, mais encore et surtout à voix *très grave*.

En effet le thorax de la femme a une capacité très voisine de celle du thorax de l'homme.

Il en résulte qu'ils constituent des résonnateurs presque équivalents et par conséquent ne vibrant que pour des sons de même hauteur, ou très voisins.

Or il faut se rappeler que *la femme parle un octave plus haut que l'homme*.

Le résonnateur féminin ne peut donc normalement vibrer à la palpation si l'on ne fait pas produire des sons très graves analogues aux sons normaux de la voix de l'homme.

Il en est de même pour l'enfant.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.